

1.2 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Ο πιο συνηθισμένος τρόπος επίλυσης ενός μη γραμμικού 2×2 συστήματος, είναι η μέθοδος αντικατάστασης. Λύνουμε τη μία εξίσωση ως προς τον άγνωστο που έχει πρώτο βαθμό και αντικαθιστούμε στη δεύτερη εξίσωση.

Α΄ ΟΜΑΔΑ

1. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} x^2 + xy = 10 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$.
2. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:
 - i. $\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3x + y = 11 \\ 5x - y = 2 \end{cases}$
 - ii. $\begin{cases} y^2 + xy = 10 \\ 5x + y = 17 \end{cases}$
 - iii. $\begin{cases} x^2 + xy = 3 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$
3. Να βρεθούν τα κοινά σημεία του κύκλου $x^2 + y^2 = 13$ και της παραβολής $y = -\frac{3}{4}x^2$.
4. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά.
 - i. $\begin{cases} 2x^2 - y = 0 \\ 6x - y = 4 \end{cases}$
 - ii. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$
 - iii. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ xy = 1 \end{cases}$
5. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά.
 - i. $\begin{cases} 2x^2 - y = 0 \\ -2x + y = 4 \end{cases}$
 - ii. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = -1 \end{cases}$
 - iii. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ xy = 4 \end{cases}$
 - iv. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x + y = 8 \end{cases}$
6. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η ευθεία $y = \lambda x + 3$ εφάπτεται του κύκλου $x^2 + y^2 = 4$;
7. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ , για τις οποίες η ευθεία $y = 4x - \lambda$ τέμνει την παραβολή $y = x^2$.

Β΄ ΟΜΑΔΑ

8. Δίνεται η ευθεία με εξίσωση $y = \lambda x - 2$ και η παραβολή $\frac{1}{2}y = x^2$. Να προσδιορίσετε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η ευθεία να έχει με την παραβολή:
 - i) ένα κοινό σημείο
 - ii) δύο κοινά σημεία.
 - iii) κανένα κοινό σημείο.
9. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:
 - i. $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 42 \\ x^2 - y^2 + x - y = 18 \end{cases}$
 - ii. $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ (x + y)xy = 6 \end{cases}$

10. Να λύσετε τα συστήματα :

$$\text{i. } \begin{cases} x + y + w = 2 \\ 2xy - w^2 = 4 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} x + y + xy = -7 \\ xy(x + y) = 6 \end{cases}$$

11. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

$$\text{i. } \begin{cases} x^2 + xy = 3 \\ y^2 + xy = -2 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} x + y = 6(x - y) \\ x^2 - y^2 = 24 \end{cases}$$

12. Ομοίως τα συστήματα:

$$\text{i. } \begin{cases} x(2x + y) + x = 0 \\ x - y = -2 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} (x + y)(y + 4) = 16 - y^2 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$$

13. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

$$\text{i. } \begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} x + y = 6 \\ x + y + xy = 11 \end{cases} \quad \text{iii. } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 75 \\ x^2 - xy + y^2 = 25 \end{cases}$$

14. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + y + xy = 4 \\ y + z + yz = 7 \\ z + x + zx = 9 \end{cases}$$