**Θεωρία**

1. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου Ρ(x) με το x − ρ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x = ρ. Είναι δηλαδή υ=Ρ(ρ).
2. Να αποδείξετε ότι
3. Να αποδείξετε ότι
4. Ένα πολυώνυμο Ρ(x) έχει παράγοντα το x − ρ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του Ρ(x), δηλαδή αν και μόνο αν Ρ(ρ) =0.
5. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος ρ ≠ 0 είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου .

Ερωτήσεις Σ – Λ

1. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα τότε η –f είναι γνησίως φθίνουσα.
2. Αν μια συνάρτηση είναι άρτια τότε δεν μπορεί να είναι γνησίως μονότονη.
3. Κάθε συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή.
4. Αν μια συνάρτηση f είναι περιττή τότε η –f είναι άρτια.
5. Αν μια συνάρτηση f είναι άρτια και έχει ρίζα το ρ, τότε θα έχει ρίζα και το –ρ.
6. Αν η μέγιστη τιμή της f είναι ίση με 1, τότε η εξίσωση f(x) = 2 είναι αδύνατη.
7. Για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει |ημω| > 1.
8. Αν ημω =0 τότε συνω = 0
9. Αν ημω = 1 τότε συνω = 0
10. Αν ημω = 0 τότε συνω =1 ή συνω = -1.
11. Το πολυώνυμο P(x) = (λ2-4)x3 + (λ-2)x + λ + 3 είναι μηδενικού βαθμού όταν λ = 2.
12. Αν το πολυώνυμο P(x) είναι 3ου βαθμού και το πολυώνυμο Q(x) είναι 4ου βαθμού τότε το πολυώνυμο P(x)·Q(x) είναι 4ου βαθμού.
13. Αν το πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το Q(x), τότε κάθε ρίζα του P(x) είναι και ρίζα του Q(x).
14. Αν το πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το Q(x), τότε κάθε ρίζα του Q(x) είναι και ρίζα του P(x).
15. Αν δυο πολυώνυμα έχουν τις ίδιες ρίζες, τότε είναι ίσα.
16. Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.
17. Η εκθετική συνάρτηση f(x) = αx με 0<α1 έχει πεδίο ορισμού το σύνολο R.
18. Η εκθετική συνάρτηση f(x) = αx με 0<α1 έχει σύνολο τιμών το σύνολο R.
19. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο f(x) = αx με 0<α1 τέμνει μόνο τον άξονα yy΄ στο σημείο (0 , 1).
20. Η εκθετική συνάρτηση με τύπο f(x) = αx με 0<α1 είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα.
21. Τὸ πεδίο ορισμού της λογαριθμικής συνάρτησης είναι το διάστημα [0 , ).
22. Το πεδίο ορισμού της λογαριθμικής συνάρτησης f(x) = με 0<α1 είναι το R.
23. Το σύνολο τιμών της λογαριθμικής συνάρτησης f(x) = με 0<α1 είναι το R.
24. Το σύνολο τιμών της λογαριθμικής συνάρτησης f(x) = με 0<α1 είναι το διάστημα [0 , ).
25. Η λογαριθμική συνάρτηση έχει γραφική παράσταση που τέμνει τον άξονα χχ΄ στο σημείο (1 , 0).
26. Η λογαριθμική συνάρτηση είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα.
27. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x) = ex είναι συμμετρική ως προς τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g(x) = lnx ως προς την ευθεία y = x.
28. Η παράσταση log|x-1| δεν ορίζεται όταν x = 1.
29. Αν 0 < α 1, ισχύει ότι .
30. Αν 0 < α 1, ισχύει ότι
31. Αν 0 < x < y τότε logx < logy.

**Ἀσκήσεις για Θέμα 3ο**

1. Αν f(x) = γ + (α - 1)ημ((β – 2)πx), α > 1, β > 2 η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή των αξόνων έχει μέγιστη τιμή το 2 και περίοδο Τ = 1 τότε:
   * 1. Βρείτε τα α, β, γ.
     2. Δείξτε ότι η f είναι περιττή.
     3. Υπολογίστε την παράσταση
2. Αν το πολυώνυμο P(x) = x3 + 2x2 + αx + β έχει ρίζες τους αριθμούς 1 και 2:
   1. Να βρείτε τα α, β
   2. Να λύσετε την εξίσωση P(x) = 0.
   3. Να λύσετε την ανίσωση P(x) < 0.
   4. Να λύσετε την εξίσωση P(x) = -18x.

3. Μια μπάλα κρέμεται με τη βοήθεια ενός ελατηρίου από το ταβάνι έτσι ώστε να απέχει από το πάτωμα 1m. Όταν η μπάλα ταλαντεύεται, το ύψος της από το πάτωμα δίνεται από τη συνάρτηση , όπου t ο χρόνος σε sec. Βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης καθώς και το μέγιστο και ελάχιστο ύψος της μπάλας. Βρείτε το ύψος της όταν t = 9π sec.

4. Αν 0 < x < , και

i) Δείξτε ότι .

ii) Βρείτε τα ημx, εφx, σφx.

iii) Βρείτε την τιμή της παράστασης .

5. Αν τότε:

i) Βρείτε την περίοδο της f.

ii) Βρείτε το ελάχιστο και το μέγιστο της f.

iii) Βρείτε το x για το οποίο η f παίρνει τη μέγιστη τιμή της.

iv) Λύστε την εξίσωση f(x) = 2.

6. Έστω το πολυώνυμο P(x) = λx3 + 2λ3x2 – λ2x – 2.

i) Να βρείτε για ποια λ το x-1 είναι παράγοντας του P(x).

ii) Για τις τιμές του λ που βρήκατε στο i) να λύσετε την εξίσωση P(x) = 0.

7. Δίνεται το πολυώνυμο P(x) = x3 – x2 + 2αx + 2 – α.

i) Αν το 1 είναι ρίζα του P(x) να βρείτε το α.

ii) Για την τιμή του α που βρήκατε στο i) να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης P(x):(x – 1).

iii) Να λύσετε την εξίσωση x3 + 4 = x2 + 4x.

iv) Να λύσετε την ανίσωση .

8. Δίνεται η εκθετική συνάρτηση .

i) Για ποιες τιμές του λ ορίζεται η συνάρτηση σε όλο το R;

ii) Για ποιες τιμές του λ η f είναι γνησίως αύξουσα;

iii) Βρείτε το λ ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το Α(1 , .

9. Γιὰ ποιές τιμές του α η εξίσωση x2 – 2x + logα = 0 έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες;

10. Να λυθεί η εξίσωση:

11. Δείξτε ότι η συνάρτηση είναι περιττή ενώ η συνάρτηση είναι άρτια.

12. Έστω η συνάρτηση

i) Για ποιες τιμές του α η συνάρτηση f ορίζεται σε όλο το R;

ii) Να βρείτε το α ώστε η συνάρτηση f να είναι γνησίως αύξουσα.

iii) Βρείτε το α ώστε η γραφική παράσταση της f να έχει ασύμπτωτο το θετικό ημιάξονα Οx.

13. Σύμφωνα με την κλίμακα Richter το μέγεθος ενός σεισμού εντάσεως Ι δίνεται από τον τύπο όπου είναι ορισμένη ελάχιστη ένταση.

i) Να εκφράσετε το Ι ως συνάρτηση του R και του .

ii) Να βρείτε το μέγεθος ενός σεισμού έντασης .

iii) Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η ένταση ενός σεισμού από την ένταση ενός άλλου σεισμού που είναι μικρότερος κατά μία μονάδα Richter;

14. Ο αριθμός των βακτηριδίων που εμφανίζονται σε μια καλλιέργεια μετά από t ημέρες δίνεται από τη συνάρτηση: , όπου ο αρχικός αριθμός βακτηριδίων. Πόσος χρόνος θα περάσει ώστε ο αριθμός των βακτηριδίων να εννιαπλασιαστεί;

15. Οι πωλήσεις ενός προϊόντος σε διάστημα t ετών μετά την εισαγωγή του στην αγορά δίνονται από τη συνάρτηση . Αν οι πωλήσεις κατά το 1ο εξάμηνο ανήλθαν σε 54 μονάδες και κατά το 1ο έτος σε 72 μονάδες, τότε:

i) Να βρείτε τα α,β.

ii) Για α = 81 και β = -2ln3 να βρείτε σε πόσα έτη από την εισαγωγή του στην αγορά οι πωλήσεις θα είναι 80 μονάδες.

iii) Να βρείτε πόσα έτη χρειάζονται το πολύ ώστε οι πωλήσεις να είναι τουλάχιστον 60 μονάδες.