

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

Παραστάσεις

1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων, αφού προηγουμένως απαλείψετε τις παρενθέσεις και τις αγκύλες.

α. $A = 1 + [5 - (-6 + 2)]$ β. $B = -2 \cdot [-7 + (-3 + 5 - 7)] - (-5 + 3)$

2. Να κάνετε τις πράξεις :

α. $1 - 2 \cdot [-3 + (8 - 2 \cdot 5)]$ β. $-2 \cdot (3 - 7) + 3 - [-17 - 2 \cdot (-8)]$
γ. $(5 - 3 \cdot 2) \cdot [-3 \cdot 4 + 7 \cdot (-2)] - 3 \cdot (-2)$ δ. $1 - 2 \cdot [3 - (-4 + 5)] \cdot [-2 + (7 - 8)]$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $\alpha - [2\beta - (\gamma - 2\alpha)] - (3\beta + \gamma)$ ii. $\alpha - [-2[\beta - 3(\beta - \gamma)] - \gamma]$

4. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$A = \frac{\frac{9}{5} - 2 + \frac{1}{4}}{\frac{1}{10} + 2 - \frac{1}{5}}$, $B = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9}}$ και $\Gamma = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} - \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{4}}$

5. Αν $x = -1$ και $y = -2$, να βρείτε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων :

i. $A = x - 2(x - y) - 3[x(y - 1) - y]$ ii. $B = \frac{x}{y} - y - 3 \cdot \frac{y}{x} - xy$

iii. $\Gamma = \frac{x}{1 - \frac{x}{y}}$

iv. $\Delta = \frac{x - \frac{1}{y}}{2x - \frac{3}{y}}$

6. Αν $\alpha = -2$, $\beta = -3$ και $\gamma = -1$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

α. $A = 3\alpha - 2\beta + 5\gamma$ β. $B = \alpha \cdot \beta - \beta \cdot \gamma + \gamma$
γ. $\Gamma = \gamma - \alpha \cdot \beta \cdot \gamma + 2\beta$ δ. $\Delta = (\alpha - \beta) \cdot (\beta - 3\gamma)$

7. Αν $x = -2$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α. $A = (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) \cdot (x + 2013)$
β. $B = x \cdot (x + 1) \cdot (3x - 10)$
γ. $\Gamma = (x - 3) \cdot (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (2x + 1)$

8. Αν οι αριθμοί α , β είναι αντίθετοι και οι x , y αντίστροφοι, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \alpha - (5 - \beta) - x \cdot (3 - y) + 3x$

9. Αν οι αριθμοί α και β είναι αντίθετοι, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 2(\alpha - 3\beta) - 5[\beta(\alpha - 1) - 1] - \alpha(3 - 5\beta)$

10. Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : (-2) - \left(3 + \frac{3}{4}\right) : \left(-3 + \frac{1}{2}\right), \quad B = \frac{\left(\frac{3}{2} - 1\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right) : (-3)}{1 + \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{3} + 1\right) : (-4)} - (-2) : \frac{1}{3}$$

$$\text{και } \Gamma = \left(1 - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} - 1\right) - \frac{\frac{3}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{1}{3}\right)}$$

α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις A, B, Γ

β) Να βρείτε τον αντίθετο και τον αντίστροφο κάθε παράστασης.

11. Αν οι αριθμοί x και y είναι αντίθετοι ,να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{3(x-1) - 2(y+x) - (1-3y)}{2 - [y(1-x) - x(-y-1)]}$$

12. Αν οι αριθμοί x και y είναι αντίστροφοι, να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{\frac{-3(x-1) - (3-7x)}{(-18) : (-9)}}{-[(y-1) - (1-2y)]}.$$

Άρτιοι και περιττοί-Πολλαπλάσια φυσικού αριθμού.

13. Αν ο αριθμός α είναι ακέραιος ,να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί:

i. 2α ii. 2α+1 iii. 2α+6 iv. 2α+11 v. 4α-18 vi. 6α-3

14. Να αποδείξετε ότι :

i. Αν οι αριθμοί α και β είναι άρτιοι ,τότε και ο α +β είναι άρτιος,

ii. Αν οι αριθμοί α και β είναι περιττοί ,τότε ο α + β είναι άρτιος

15. Αν α, β ,γ είναι τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί ,να αποδείξετε ότι ο αριθμός α + β +γ είναι πολλαπλάσιο του 3.

16. Έστω α ,β, γ, δ τέσσερις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί .Να αποδείξετε ότι :

i. α -β - γ+ δ=0

ii. ο αριθμός β +γ είναι περιττός

iii. ο αριθμός α +γ είναι άρτιος

iv. ο αριθμός (α +γ)(β +δ) είναι πολλαπλάσιο του 4.

17. Έστω α, β, γ τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί. Να αποδείξετε ότι :

i. ο αριθμός α +2β +γ είναι πολλαπλάσιο του 4

ii. ο αριθμός α +2β +3γ+4 είναι πολλαπλάσιο του 6

18. Έστω α, β, γ τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί. Να αποδείξετε ότι : ο αριθμός 2α +β +γ+7

i. είναι άρτιος

ii. δεν είναι πολλαπλάσιο του 4

19. Ο αριθμός α είναι άρτιος και ο αριθμός β είναι περιττός .Να αποδείξετε ότι:

- i.ο αριθμός $\alpha+\beta+1$ είναι άρτιος
- ii.ο αριθμός $\alpha - \beta$ είναι περιττός
- iii. ο αριθμός $\alpha+2\beta$ είναι άρτιος
- iv. ο αριθμός $2\alpha+2\beta$ είναι άρτιος ,αλλά δεν είναι πολλαπλάσιο του 4

Αναλογίες

20. Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{3}{2}$,να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

i. $\frac{6\alpha - 3\beta}{5\beta}$

ii. $\frac{5\alpha}{3\alpha + \beta}$

iii. $\frac{3\alpha - 5\beta}{2\alpha - \beta}$

21. Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{5}{3}$,να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

i. $\frac{3\alpha + 2\beta}{\beta}$

ii. $\frac{2\alpha}{\alpha - \beta}$

iii. $\frac{\beta}{\alpha - 2\beta}$

iv. $\frac{6\alpha + 4\beta}{4\alpha - 2\beta}$

22. Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$,να αποδείξετε ότι : $\frac{7\alpha - 13\gamma}{7\beta - 13\delta} = \frac{\alpha}{\beta}$

23. Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$,να αποδείξετε ότι : $\frac{a - \beta}{\alpha + \beta} = \frac{\gamma - \delta}{\gamma + \delta}$

24. Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\gamma}{\delta} = 2$,να βρείτε τον λόγο $\frac{\alpha}{\delta}$

25. Αν ισχύει $\frac{x}{\alpha - \beta} = \frac{y}{\beta - \gamma} = \frac{\omega}{\gamma - \alpha}$,να βρείτε το άθροισμα $x+y+\omega$.

26. Αν ισχύουν οι σχέσεις : $\alpha + \beta = 40$ και $\frac{\alpha}{3} = \frac{\beta}{5}$,να βρείτε τους αριθμούς α, β .

27. Αν ισχύουν οι σχέσεις : $\alpha + \beta + \gamma = 24$ και $\frac{\alpha}{5} = \frac{\beta}{3} = \frac{\gamma}{4}$,να βρείτε τους α, β, γ .

28. Αν ισχύουν οι σχέσεις : $\alpha + \beta = 45$ και $\frac{\alpha}{4} = \frac{\beta}{5} = \frac{\gamma}{6}$,να βρείτε τους αριθμούς α, β, γ .

29. Αν $\frac{x}{2y} = \frac{2y}{3z} = \frac{3z}{x}$,να δείξετε ότι $x=2y=3z$.

30. Αν οι αριθμοί x, y, z είναι ανάλογοι των 2,3,4. Αν ισχύει η σχέση $x+y+z=36$, να βρείτε τους αριθμούς x, y, z .

31. Αν οι αριθμοί x, y, z είναι ανάλογοι των 5,7,3 και ισχύει η σχέση $x+y=36$, να βρείτε τους x, y, z .

32. Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι ανάλογοι των 4,2,3 και ισχύει η σχέση $3\alpha - 2\beta - \gamma = -10$, να βρείτε τους α, β, γ .

33. Οι γωνίες $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$ ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ανάλογες των αριθμών 2,3,4. Να

βρείτε τις γωνίες του.

Συνδυαστικά θέματα

34. Αν οι αριθμοί $\frac{1}{a}$, β είναι αντίθετοι, να δείξετε ότι και οι αριθμοί :

$$x = \alpha - [-(\alpha - 2\beta) \cdot 3 + 2\beta] \text{ και } y = 2[4\beta - (\beta + 2)\alpha - 1] \text{ είναι αντίθετοι.}$$

35. Οι αριθμοί $\alpha = x - 3y - 2$ και $\beta = 2y - 1$ είναι αντίθετοι.

i. Να δείξετε ότι $x - y = 3$

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A = \frac{-2[-(3y - 2x) - (x - 2y)]}{-4x - [-(y + 3x - 1) - 2(x - y)]}$.

36. Αν οι αριθμοί $\alpha - \frac{1}{2}$, $\beta - 2$ είναι αντίστροφοι, να δείξετε ότι :

i. $4\alpha + \beta = 2\alpha\beta$

ii. Οι αριθμοί $x = \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{4}$ και $y = \alpha \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2}\right) + \frac{\beta}{2}$ είναι αντίθετοι

37. Αν οι αριθμοί α , β είναι αντίθετοι και οι αριθμοί γ , δ είναι αντίστροφοι, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \delta - [-\alpha - (\beta + 3)] - \delta \cdot (\gamma + 1)$.

38. Οι αριθμοί α και $\frac{1}{\beta}$ είναι αντίθετοι.

i. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και $-\beta$ είναι αντίστροφοι

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 4\beta - [2\alpha(\beta - 2) - 2(3 - 2\alpha) - 2\beta]$

iii. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί : $x = -(-1 - 2\alpha) - 2\beta(3 - 2\alpha)$ και $y = -2\alpha - 3(-1 - 2\beta)$ είναι αντίθετοι.

39. Για τους αριθμούς α και β ισχύει : $\frac{\alpha}{4} = \frac{\beta}{6}$ και $3\alpha + 2\beta = 2$.

i. Να βρείτε τους αριθμούς α και β

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = -2\{-2\alpha - 2[-\alpha(\beta - 2) - \beta(1 - \alpha)]\}$

40. Ισχύει $\frac{x}{\beta} = \frac{y}{\beta} = 4$ και $\alpha + \beta = 503$.

i. Να βρείτε το άθροισμα $x + y$

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A = \frac{2012 - [6 - 10x + 2(4x - y - 3)]}{-3(x - \omega) - 3(y + \omega)}$

41. Δίνονται οι αριθμοί $\lambda = \left(-\frac{20}{3}\right) : \left(-\frac{5}{6}\right) - \left(-\frac{42}{8}\right) : \left(-\frac{7}{4}\right)$, $\mu = \frac{2}{2 - \frac{2}{2 - \frac{2}{3}}}$ και

$\nu = -\{-[-(-1)] - [-(-2)]\}$. Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\lambda} = \frac{\beta}{\mu} = \frac{\gamma}{\nu}$ και $\alpha + \beta = 36$, να βρείτε τους

αριθμούς α , β και γ .

42. Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύουν :

$$\frac{P(A)}{4} = \frac{P(A')}{6} = \frac{P(A \cap B)}{1} = \frac{P(A \cup B)}{8} .$$

α) Να αποδείξετε ότι $P(A) = \frac{2}{5}$

β) Να βρείτε την πιθανότητα $P(B)$

γ) Να βρείτε τις πιθανότητες :

- i. να πραγματοποιηθεί το B και να μην πραγματοποιηθεί το A
- ii. να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα A, B
- iii. να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A, B .