

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

1. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- i. $2\alpha + 8$ ii. $3\alpha + 6\beta$ iii. $\alpha^2 + \alpha\beta$ iv. $2\alpha^2 - 2\alpha$
v. $\alpha^3 - \alpha^2x$ vi. $\beta^2 - \beta^3$ vii. $xy - y^2$ viii. $x^3 - x^2y$
ix. $5x^2 - 10x$ x. $3\alpha - 9\alpha^2$ xi. $3x^2 - 6xy$ xii. $2x^2 + y^2$
xiii. $y^2 - xy^2$ xiv. $x^5 - x^4$

2. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- i. $4x^3 + x^2 - x$ ii. $2\alpha^3 - 2\alpha^4 - 2\alpha$ iii. $3x^3 - 6x^2 + 9x$
iv. $x^3 - x^2 + xy^2$ v. $12xy^2 + 9x^2y + 3x^3$ vi. $2x^2y^3 - 6x^2y^2 + 2x^3y$
vii. $2\alpha^5 - 6\alpha^4\beta + 2\alpha^3\beta^2$ viii. $3x^4y - 6x^3y^2 + 9x^2y^3$ ix. $7\alpha^3 - 7\alpha^2\beta + 14\alpha\beta^3$
x. $12x^5 - 18x^4 + 9x^3 + 3x^2$ xi. $8\alpha^4x^3 - 12\alpha^3x^2 + 6\alpha^2x^4 - 10\alpha^2x$
xii. $-\frac{15}{2}a^3\beta x^4 + \frac{10}{3}a\beta^4x^3 - \frac{5}{2}a^2\beta x^3 + 20a\beta x^3$

3. Να γραφούν με τη μορφή γινομένου οι παρακάτω παραστάσεις:

- i. $(x + y)\alpha + (x + y)\beta$ ii. $(\alpha + \beta)x - (\alpha + \beta)y$
iii. $2\alpha(x^2 + y^2) - \beta(x^2 + y^2)$ iv. $y^2(x - 2y) - 2(x - 2y)$
v. $5(x - y) - (y - x)\alpha$ vi. $(\kappa + \lambda)x + y(\kappa + \lambda)$
vii. $5(x - 2y)(\alpha + 2\beta) + 2(2y - x)(\alpha - \beta)$ viii. $(5\alpha - 2\beta)(4x - 3y) + (3y - 4x)(\beta - 3\alpha)$

4. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις :

- i. $2\alpha^5 - 6\alpha^4\beta + 2\alpha^3\beta^2$ ii. $12x^5 - 18x^4 + 9x^3 + 3x^2$ iii. $8\alpha^4x^3 - 12\alpha^3x^2 + 6\alpha^2x^4 - 10\alpha^2x$

5. Να μετατρέψετε σε γινόμενο τις παραστάσεις:

- i. $88\alpha x^3 - 22\alpha x^2 + 132\beta x^3 - 33\beta x^2$ ii. $10\alpha^2\beta x^2 + 4\alpha\beta^2x^2 - 40\alpha^2\beta y^2 - 16\alpha\beta^2 y^2$
iii. $16\alpha x + 16\alpha y + 9\beta x + 9\beta y - 11x - 11y$ iv. $8\alpha x + 18\alpha y - 12\beta x - 27\beta y + 20\gamma x + 45\gamma y$
v. $2\alpha x^2 - 3\beta x^2 + 8\alpha x - 2\alpha - 12\beta x + 3\beta$

6. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- i. $\alpha x + \beta y + \beta x + \alpha y$ ii. $\alpha x + \alpha y - \beta y - \beta x$
iii. $\alpha x - \beta x - \alpha y + \beta y$ iv. $\alpha x + \alpha y + \beta x + \beta y + \gamma x + \gamma y$
v. $\mu x + \nu x + \alpha x - \mu - \nu - \alpha$ vi. $\beta y - \delta y - \beta z + \delta z + \beta x - \delta x$
vii. $\kappa y + \lambda y - \nu y - \kappa x - \lambda x + \nu x$

7. Να γραφούν με τη μορφή γινομένου οι παραστάσεις:

- i. $7\alpha\beta + 7\alpha\gamma - 9\delta\beta - 9\delta\gamma$ ii. $5\gamma x - 8\gamma y + 5\beta x - 8\beta y$
iii. $21\alpha x + 35\alpha y + 20\gamma x + 12\gamma y$ iv. $175\alpha x + 75\alpha y - 35\beta x - 15\beta y$
v. $\alpha\beta x - \alpha\beta y - \alpha\gamma x + \alpha\gamma y$

8. Να μετατρέψετε σε γινόμενο τις παραστάσεις:

i. $y^2 + ay + by + ab$

ii. $3x^3 - 7x^2 + 3x - 7$

iii. $6x^2 + 3\lambda^2x + 8\lambda x + 4\lambda^3$

iv. $ax^3 + ay^2x + bx^3 + by^2x$

v. $55x^4y + 77x^3y^3 - 25x^2y^2 - 35xy^4$

vi. $a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$

vii. $a^5 - a^4 + a^3 - a^2 + a - 1$

viii. $5x^3y + 10xy^3 + 5x^2y^2 - 2x^2 - 4y^2 - 2xy$

9. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

i. $\beta x - \alpha\beta + x^2 - \alpha x$

ii. $3ax - ay - 3\beta x + \beta y$

iii. $6x^2 - 4ax - 9\beta x + 6a\beta$

iv. $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$

v. $ax - 2ay - \beta x + 2\beta y + \gamma x - 2\gamma y$

10. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις :

i. $(x-1)(x^2+2)-2(1-x)(x^2-1)-4(x-1)$

ii. $6x(x+1)^4 - 2x^2(x+1)^3 + 12x(x+1)^5$

iii. $7a(a-\beta)^3 + 14a^2(\beta-a)^2 - 21(a-\beta)$

iv. $(x-y-z)(2a-\beta) - (y+z-x)(a+\beta)$

v. $(a-\beta+2)(x-2) - (\beta-a-2)(x+3) - (a-\beta+2)(6-x)$

11. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

i. $y^2 - a^2$

ii. $9 - x^2$

iii. $a^2 - 16\beta^2$

iv. $4x^2 - 25$

v. $1 - 4x^2$

vii. $4x^2 - 9y^2$

viii. $16y^2 - 9x^2$

ix. $16a^6 - 49\beta^8$

x. $a^2 - 36\beta^2\gamma^4$

xi. $x^8 - 64$

xii. $x^2\beta^8 - y^{10}$

xiii. $25a^2x^2 - 36\beta^2y^2$

xiv. $1 - x^4$

xv. $1 - x^8$

12. Να γραφούν με τη μορφή γινομένου οι παραστάσεις:

i. $(\beta - \gamma)^2 - 9$

ii. $x^2 - (y-z)^2$

iii. $(a+3)^2 - 4$

iv. $4x^2 - (x-4y)^2$

v. $(2x-3y)^2 - 4z^2$

vi. $x^2 - (x+y)^2$

vii. $(3x+1)^2 - (2a-1)^2$

13. Να γραφούν με την μορφή γινομένου οι παραστάσεις :

i. $(x+2y)^2 - x^2$

ii. $(2a+\beta+\gamma)^2 - (a-\beta+\gamma)^2$

iii. $(3x+1)^2 - (2a-1)^2$

iv. $y^2 - (2x-y)^2$

v. $(\beta-4)^2 - 25$

vi. $(2x+3y)^2 - (3x-2y)^2$

14. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

i. $a^2 - 10a + 25$

ii. $y^2 - 8y + 16$

iii. $9a^4 - 6a^2\beta^2 + \beta^4$

iv. $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1$

v. $(x-1)^2 - 6(x-1) + 9$

vi. $(x-y)^2 + 8(x-y) + 16$

vii. $9x^{2v} - 30x^v + 25$

viii. $4x^{2v} - 20xy + 25y^u$

ix. $x - y + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ με $x, y > 0$

x. $16x^2 - 24xy + 9y^2$

xi. $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$

xii. $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

15. Να γραφούν με μορφή γινομένου τα τριώνυμα:

- | | | | |
|--------------------------------|-----------------------|--------------------------------|-----------------------|
| i. $x^2 + 5x + 6$ | ii. $x^2 + 10x + 9$ | iii. $\alpha^2 + 8\alpha + 15$ | iv. $x^2 + 9x + 20$ |
| iv. $x^2 - 8x + 15$ | v. $x^2 - 5x + 6$ | vi. $y^2 - 12y + 20$ | vii. $z^2 - 25z + 24$ |
| viii. $5x^3 - 15x^2 - 20x$ | ix. $x^2 - 3x - 40$ | x. $x^2 + x - 30$ | xi. $x^2 + 14x - 32$ |
| xii. $x^2 - 2x - 15$ | xiii. $x^2 + 2x - 15$ | xiv. $x^2 - 24x + 95$ | xv. $14 - 5x - x^2$ |
| xvi. $35 - 2\alpha - \alpha^2$ | xvii. $96 - 4x - x^2$ | xviii. $72 + x - x^2$ | |

16. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις :

- | | | | |
|--------------------|-------------------|----------------------|--------------------------|
| i. $1 + \alpha^3$ | ii. $8 - \beta^3$ | iii. $\alpha^3 + 27$ | iv. $\alpha^4 + 8\alpha$ |
| iv. $x^3 + 125y^3$ | v. $x^6 + 64y^3$ | vi. $x^6 - 8y^3$ | |

17. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- | | | | |
|-------------------------------|--|--|-------------------|
| i. $8x^3 + 1$ | ii. $x^3 - 1$ | iii. $8x^3 + 27y^3$ | iv. $x^3y^3 + 8$ |
| iv. $27 - \alpha^3\beta^3$ | v. $\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$ | vi. $2x^9y + 54y^7$ | vii. $2x^3 + 128$ |
| viii. $3x^{15}y^2 - 24y^{11}$ | ix. $x^6 + 64y^3$ | x. $(\alpha + \beta)^3 - (\alpha - \beta)^3$ | |

18. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις :

- | | | | |
|----------------------|------------------------|---------------------|-----------------------------|
| i. $1 + \alpha^7$ | ii. $256x^7 - \beta^7$ | iii. $\alpha^v - 1$ | iv. $\alpha^{v+1} - \alpha$ |
| v. $32x^5 - 3125y^5$ | | | |

19. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

- | | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| i. $9x^2 - 25$ | ii. $x^6 - y^4$ | iii. $(2x + 3)^2 - 16x^2$ | iv. $3x^3 - 3x$ |
| v. $2x^3y - 8xy^3$ | vi. $27\alpha^3 - 48\alpha$ | vii. $x^3 - 8$ | viii. $8x^3 + 27$ |
| ix. $\alpha^3 - (\beta - \gamma)^3$ | x. $(x - 1)^3 + 27x^3$ | xi. $x^7 - x$ | xii. $\alpha^4\beta - \alpha\beta^4$ |

ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

20. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- | | | |
|---|--|---|
| i. $2\alpha\beta^3 + 6\alpha^2\beta^2 + 8\alpha^4\beta^4$ | ii. $3x(x-1) - x + 1$ | iii. $\alpha(\alpha-1) + (1-\alpha)^2$ |
| iv. $4\alpha^2(\beta^2 - 1) + 4\beta^2(1 - \beta^2)$ | | v. $(2x + 3y)(x-y) + (2x-3y)(y-x)$ |
| vi. $3x^3(x^2 - x + 1) + 2x^2(x - x^2 - 1) + x(-x^2 + x - 1)$ | | vii. $\alpha^{2x+1} - 2\alpha^{2x} - 2\alpha^{2x} + \alpha^{2x-1}, \alpha \neq 0$ |
| viii. $2^x + 2^{2x}$ | ix. $x^{3v} + x^{2v} + x^v$ | x. $\alpha^3 - 5\alpha^2 - 4\alpha + 20$ |
| xi. $x^3 + x^2 + x + 1$ | xii. $\alpha^3 + 3\alpha^2 + 3 + \alpha$ | xiii. $\alpha^4 + \alpha^2 - 20$ |
| xiv. $x^3 - 3x + 2$ | xv. $\alpha^2 + 4\alpha\beta + 4\beta^2 - 1$ | xvi. $4(\alpha + \beta)^2 - 9(\alpha - \beta)^2$ |

21. Να γραφούν με τη μορφή γινομένου οι παραστάσεις:

- | | | |
|---|---------------------------------------|---|
| i. $\alpha^3\beta^3 - \alpha^3 - \beta^3 + 1$ | ii. $\alpha^4 - 2\alpha^3 + \alpha^2$ | iii. $(x-2y)^2 - 2(x-2y) + 1$ |
| iv. $x^7 - x^3$ | v. $x^7 - x^5 - x^3 + x$ | vi. $\alpha^2 + \alpha - \alpha\beta - \beta$ |
| vii. $\alpha^2x^2 + 2\alpha^2xy + \alpha^2y^2 - (\alpha + \beta)^2$ | viii. $8x^4 - 4x^3 + 2x^2$ | ix. $15x^2y^3 - 6x^3y^2 - 3xy^2$ |

$$x. (xy - x)^2 - \alpha x^2, \alpha > 0$$

$$xi. \frac{1}{16} x^2 + 9 + \frac{3}{2} x$$

$$xii. 3\alpha^2 + 2\alpha\beta + \frac{3}{2} \beta^2$$

$$xiii. 9x^{3v-1} - 4 + 5x^{2v-1}$$

$$xiv. -x^4 + 6x^2y - 9y^2$$

$$xv. \alpha^4 - 2\alpha^3 + \alpha^2$$

22. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις :

$$i. 4x^2 - 16$$

$$ii. 5 - 45\alpha^2$$

$$iii. x^4 - x^8$$

$$iv. \alpha^3 - \alpha(x - y)^2$$

$$v. y(y + 4z) - 3z(3y - 2z)$$

$$vi. 1 + \alpha(\alpha + \beta + \alpha^2\beta)$$

$$vii. \alpha(\alpha^2 - 1) - \beta(\beta^2 - 1)\beta(\beta + 1) - \alpha(\alpha + 1)$$

$$viii. x^2 - (\alpha - \beta)x - \alpha\beta$$

$$ix. x(\alpha + \beta) - (\alpha\beta + x^2)$$

$$x. \alpha^2\beta^2 + \beta\gamma - \beta^3 - \alpha^2\gamma$$

$$xi. (3\alpha - 1)\beta\gamma + \alpha\gamma^2 - 3\beta^2$$

$$xii. (\alpha + \beta)^2 - \gamma^2 + \alpha + \beta + \gamma$$

$$xiii. \alpha^2 + 3\alpha\beta + 2\beta^2 + \alpha\gamma + \beta\gamma$$

23. Να γραφούν ως γινόμενο οι παρακάτω παραστάσεις :

$$i. 12\alpha^2\beta^2 - 18\alpha\beta^2 - 30\alpha\beta^3$$

$$ii. 5xy^3 + 10y^2 - 3\alpha xy - 6\alpha$$

$$iii. 64x^4y^3 - 27x^3y^4 - 45x^5y^7$$

$$iv. 2x^3y^2 + 3xyz^2 + 2x^2yz + 3z^3$$

$$v. \alpha^2x + \alpha\beta x + \beta\alpha y + \beta^2y - \alpha\gamma - \beta\gamma$$

$$vi. \alpha^2x^2 + 2\alpha^2xy + \alpha^2y^2 - (\alpha + \beta)^2$$

$$viii. (\alpha - \alpha\beta)^2 + (\alpha - \alpha\beta)^4 - (1 - \beta)^4$$

$$ix. \alpha^2 - 8\alpha\beta - 2\alpha\gamma + 16\beta^2 + 8\beta\gamma$$

24. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

$$i. \alpha^2 - 25x^2$$

$$ii. 12x^2 - 3$$

$$iii. 48x^2 - 3$$

$$iv. 16 - 100\alpha^2$$

$$v. 3(\alpha - \beta) - (\alpha^2 - \beta^2)$$

$$vi. \alpha^4 - \alpha$$

$$vii. \alpha^3 + 1$$

$$viii. 16\alpha^3 - 54\beta^3$$

$$ix. xy - 3x + 2y^2 - 6y$$

$$x. \alpha x - 2\alpha y + 2\beta y - \beta x$$

$$xi. \alpha^2 - 2\alpha - \beta^2 - 2\beta$$

$$xii. 2\alpha\beta + 4\alpha - \beta - 2$$

$$xiii. 2\alpha^2 - \alpha + 2\alpha\beta - \beta$$

$$xiv. 21 + 4x - x^2$$

25. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

$$i. (\alpha - \beta)^3 - (\alpha^3 - \beta^3)$$

$$ii. (\alpha - \beta)^3 - \alpha^3 + (\alpha + \beta)^3 + 3\alpha(\alpha^2 - \beta^2)$$

26. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$i. x^4 + x^3 - x^2 - x$$

$$ii. x^2 - y^2 - (x - y)^2$$

$$iii. (x - 2)^3 (x^2 - 9) - x^2 + 9$$

27. Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα :

$$i. 6x^2 + 17x + 12$$

$$ii. 4x^2 + 20x + 25$$

$$iii. 9y^2 - 30y + 25$$

$$iv. 15\alpha^3 - 25\alpha^2 + 10\alpha$$

$$v. 5x^2 + 17x + 6$$

$$vi. 2x^2 + 3x + 1$$

$$vii. 3x^2 + 4x + 1$$

$$viii. 4x^2 + 5x + 1$$

$$ix. 2x^2 + 5x + 2$$

$$x. 3x^2 + 5x - 2$$

$$xi. 4x^2 - 4x - 3$$

$$xii. 6x^2 - 7x - 3$$

28. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$i. x^2 + 2x + 1$$

$$ii. y^2 - 6y + 9$$

$$iii. 1 - 4\alpha + 4\alpha^2$$

$$iv. 4x^2 - 12x + 9$$

$$v. x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$vi. x^2 + 3x + 2$$

$$vii. \alpha^2 - 4\alpha + 3$$

$$viii. x^2 - x - 12$$

$$ix. 3x^2 + 24x + 48$$

$$x. 2\alpha^2 - 8\alpha\beta + 8\beta^2$$

$$xi. (x^2 + 9)^2 - 36x^2$$

$$xii. x^2 - 2xy + y^2 - z^2$$

$$xiii. 1 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$$

$$xiv. (\alpha^2 - 4)^2 - (\alpha + 2)^2$$

$$xv. (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2$$

29. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις :

- i. $\alpha\beta^2 - \alpha\gamma^2$ ii. $x^3 - x(y-\omega)^2$ iii. $x^2 - 4y^2 + x + 2y$
iv. $\alpha x^2 + \beta x^2 - \alpha y^2 - \beta y^2$ v. $12x - 20y + 5\alpha^2 y - 3\alpha^2 x$ vi. $x^3 - x^2 y - xy^2 + y^3$ vii. $4\alpha^3 - 4 + 16\alpha^2 - \alpha$
viii. $x^4 - 4x^2 y^2$ ix. $3x^2 - 27y^2$ x. $4\alpha^3 - 9\alpha(y+z)^2$ xi. $\alpha x^3 - \alpha^3 x(y+z)^2$

30. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- i. $\alpha x^2 + \beta x^2 - \alpha y^2 - \beta y^2$ ii. $12x - 20y + 5\alpha^2 y - 3\alpha^2 x$
iii. $9\alpha^2 x^2 - 4\alpha^2 - 9\beta^2 x^2 + 4\beta^2$ iv. $90\alpha y^2 - 40\alpha x^2 + 135\beta y^2 - 60\beta x^2$
v. $x^3 - x^2 y - xy^2 + y^3$ vi. $\alpha^6 - 9\alpha^4 \beta^2 - \alpha^2 \beta^4 + 9\beta^6$
vii. $4\alpha^3 - 4 + 16\alpha^2 - \alpha$

31. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- i. $x^3 + y^3 - 3x - 3y$ ii. $x^3 - y^3 - x + y$
iii. $x^3 + y^3 + x^2 - y^2$ iv. $x^3 - y^3 + x^2 - y^2$

32. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις :

- i. $x^2 - 2x - y^2 + 1$ ii. $x^2 - 6x + 9 - y^2$ iii. $y^2 - x^2 - 10y + 25$
iv. $9x^2 - 36y^2 - 30x + 25$ v. $25y^2 - 81x^2 - 20y + 4$ vi. $x^2 - y^2 + 4\psi\omega - 4\omega^2$
vii. $\alpha^4 + 2\alpha^2 - 3$ viii. $x^2 + 2xy - 3y^2$

33. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- i. $2\alpha^3 + 8\alpha^2 + 8\alpha$ ii. $3x^3 - 6x^2 + 3x$ iii. $16x^2 y + 72xy^2 + 81y^3$

34. Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα :

- i. $y^2 + 4xy - 96x^2$ ii. $y^2 + 7xy - 98x^2$ iii. $x^2 + 10xy + 21y^2$
iv. $\alpha^2 + 12\alpha\beta + 11\beta^2$ v. $\alpha^2 - 23\alpha\beta + 132\beta^2$ vi. $x^2 + 9xy + 14y^2$

35. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- i. $\alpha\beta(x^2 + y^2) + xy(\alpha^2 + \beta^2)$ ii. $\alpha\beta(x^2 - y^2) + xy(\alpha^2 - \beta^2)$

36. Να γραφούν ως γινόμενο οι παραστάσεις:

- i. $x(x+2)+1$ ii. $(y^2-3y)(y^2-3y+2)+1$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

37. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

- i. $47 \cdot 35 + 47 \cdot 65$ ii. $79 \cdot 132 - 79 \cdot 32$
iii. $58 \cdot 61 + 58 \cdot 47 - 8 \cdot 58$ iv. $77 \cdot 33 + 77 \cdot 68 - 77$

38. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

- i. $65^2 - 35^2$ ii. $102^2 - 98^2$
iii. $100^2 - 99^2$ iv. $98^2 - 4$
v. $2 \cdot 99^2 - 2$ vi. $5 \cdot 63^2 - 5 \cdot 61^2$

39. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

i. $3 \cdot 97^2 - 27$

iii. $79^2 + 2 \cdot 79 + 1$

v. $125^2 - 2 \cdot 125 \cdot 95 + 95^2$

ii. $25^2 - 24^2 - 93^2$

iv. $91^2 - 2 \cdot 91 + 1$

vi. $32^2 - 24 \cdot 32 + 12^2$

40. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

i. $A = \frac{43^2 - 11^2}{36,5^2 - 27,5^2}$

iii. $\Gamma = \frac{37^2 - 23^2}{22^2 - 8^2}$

ii. $B = \frac{53^3 + 27^3}{80} + 3 \cdot 53 \cdot 27$

iv. $\Delta = \frac{63^2 - 21^2}{24^2 + 2 \cdot 18 \cdot 24 + 18^2}$

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΡΗΤΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

41. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις :

i. $\frac{2(x+y)^2}{4(x+y)^5}$

ii. $\frac{3x(x-y)^2}{x(y-x)}$

iii. $\frac{a\beta}{\alpha^2\beta^2 - \alpha\beta}$

iv. $\frac{x^2 + xy}{xy + y^2}$

v. $\frac{xy + 2y^2}{x^3 + 2xy}$

vi. $\frac{\gamma^2 - 2\gamma}{4\gamma^3 - 8\gamma^2}$

vii. $\frac{3\alpha^2 + 3\alpha\beta}{4\alpha\beta + 4\beta^2}$

viii. $\frac{2\alpha^3 + 6\alpha^2\beta}{6\alpha^2\beta + 18\alpha\beta^2}$

42. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις :

i. $\frac{x^2y - 5xy}{x^2y - 4xy - 5y}$

ii. $\frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 - 6a + 9}$

iii. $\frac{x^2 - 4ax - 21a^2}{(x^2 + 3ax)^2}$

iv. $\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy - 2y^2}$

v. $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 - 3x + 2}$

vi. $\frac{3x^2 - 24}{2x^2 + 6x - 20}$

vii. $\frac{3\alpha^2 + 3\alpha\beta}{4\alpha\beta + 4\beta^2}$

viii. $\frac{9x^2y^2 - 3xy^3 + y^4}{27x^3 + y^3}$

ix. $\frac{2x^2 + 3x + 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

x. $\frac{x^2 - 2x + 1}{3x^3 + 7x - 10}$

xi. $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^3 - 8x + 3}$

43. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

i. $\frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}$

ii. $\frac{x^3y - xy^2}{x^3 - y^3}$

iii. $\frac{6xy - 3x^2}{4xy^2 - 2x^2y}$

iv. $\frac{\alpha^2 - 4\beta^2}{\alpha^2 - 2\alpha\beta}$

v. $\frac{6x^2 + 3xy}{4x^2 - y^2}$

vi. $\frac{(2x + y)^2}{xy^2 - 4x^3}$

vii. $\frac{a^3 + a^2}{a^3 + 1}$

viii. $\frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$

44. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

i. $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}$

ii. $\frac{\alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha}{\alpha^3 - \alpha}$

iii. $\frac{(x+1)(x+2)^2 - 4(x+1)}{x^3 + x^2}$

$$\text{iv. } \frac{2\alpha^3 - 10\alpha^2 + 12\alpha}{\alpha^2 - \alpha - 6}$$

$$\text{v. } \frac{(x^2 - 4)^2 - (3x - 2)(x + 2)^2}{x^2 + x - 2}$$

$$\text{vi. } \frac{9(2x+1)^2 - (4x-1)^2}{4(x^2 + 4x + 4)}$$

$$\text{vii. } \frac{(\alpha+1)(\alpha-2)^2 - 4(\alpha+1)}{\alpha^3 + \alpha^2}$$

45. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

$$\text{i)} \frac{x^2 - 1}{(1-x)^2}$$

$$\text{ii)} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x-1}$$

$$\text{iii)} \frac{x^3 - 1}{x-1}$$

$$\text{iv)} \frac{a^2 - x^2}{2x^2 + ax - 3a^2} \quad \text{v)} \frac{\frac{x}{2} - a}{x^2 - 4a^2}$$

$$\text{vi)} -\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{1-x}$$

$$\text{vii)} \frac{x+1}{(x+2)(x+3)} + \frac{6}{x(x+3)} - \frac{2}{x}$$

$$\text{viii)} \left(\frac{x}{x-y} + \frac{y}{y-x} \right) \left(\frac{x-y}{x} - \frac{y-x}{y} \right)$$

46. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

$$A = \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) : \left[\frac{(x+y)^2 - xy}{(x-y)^2 + xy} \cdot \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) \right]$$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} \right)^2 - \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\beta} \right)^2}{(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2} \cdot \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha^2 - \beta^2)^2}{\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right) - \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} \right)}$$

$$47. \text{ Αν } \alpha + \beta + \gamma = 0 \text{ τότε να αποδείξετε ότι : } \frac{\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta(\gamma+1)}{\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2} = \frac{3}{2}$$

48. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

$$\text{i. } \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{1-x}$$

$$\text{ii. } \frac{x+1}{(x+2)(x+3)} + \frac{6}{x+3} - \frac{2}{x}$$

$$\text{iii. } \frac{x^2 + a^2}{a^2x - ax} + \frac{x^2 + 2a^2}{ax + a^2} - \frac{9a^2}{a^2 - x^2}$$

$$\text{iv. } \frac{x+1}{(x+2)(x+3)} + \frac{6}{x+3} - \frac{2}{x}$$

$$\text{v. } \left(\frac{x}{x-y} + \frac{y}{y-x} \right) \left(\frac{x-y}{x} - \frac{y-x}{y} \right)$$

$$\text{vi. } \frac{1}{a + \frac{1}{\beta}} + \frac{1}{\beta + \frac{1}{\alpha}} - \frac{1}{\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta}$$

$$\text{vii. } \frac{1}{x + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2x-1} + \frac{x}{2x+1} - \frac{1}{1-2x} - 1$$

49. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $\frac{\alpha^2 + 3\alpha}{2\alpha^2 + 3\alpha} \cdot \frac{4\alpha^2 - 9}{4\alpha^2 - 12\alpha + 9}$

ii. $\frac{\alpha^2 - 4}{\alpha^3 + 8} : \frac{\alpha - 2}{\alpha^2 - 2\alpha + 4}$

iii. $\frac{\frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha^2 - 4}}{\frac{\alpha^2 + 3\alpha + 2}{3\alpha^2 + 12\alpha + 12}}$

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

50. Αν ισχύει $\alpha + \beta + \gamma = 0$, να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i. $A = (\alpha\kappa - \beta\lambda)^3 + (\beta\kappa - \gamma\lambda)^3 + (\gamma\kappa - \alpha\lambda)^3$

ii. $B = (a^3 - a\beta\gamma)^3 + (\beta^3 - a\beta\gamma)^3 + (\gamma^3 - a\beta\gamma)^3$

51. Δίνεται η παράσταση $A = x^4y + xy^4$.

i. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση A

ii. Αν $x + y = 4$ και $x \cdot y = 2$, να βρείτε την τιμή της παράστασης A

52. Για τους αριθμούς α και β (με $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, \alpha \neq \beta$) ισχύει ότι : $(2\alpha + \beta)^2 = 8 \left[(\alpha + \beta)^2 - \frac{\alpha^3 - \beta^3}{\alpha - \beta} \right]$.

i. Να αποδείξετε ότι $\beta = 2\alpha$

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A = \frac{\alpha^4 + \alpha\beta^3}{\alpha^2\beta^2 - \beta^3\alpha + \beta^4}$.

53. Δίνεται η παράσταση : $A = \frac{(x^2 - 2x + 1)(x^3 - 9x)}{x^2 - x}$.

i. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A

ii. Να απλοποιήσετε την παράσταση A

iii. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύει : $A = 0$

54. i. Αν $\alpha \neq \beta$, να αποδείξετε ότι : $\frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha + \beta} - \alpha\beta = (\alpha - \beta)^2$

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A = \frac{2014^2 + 2012^3}{4026} - 2012 \cdot 2014$.