

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3° ΔΥΝΑΜΕΙΣ

3.1 Η έννοια της δύναμης

1. Τι είναι δύναμη;

Δύναμη είναι η αιτία που μπορεί να προκαλέσει μεταβολή στην ταχύτητα ενός σώματος ή που μπορεί να το παραμορφώσει.

2. Ποια είναι τα χαρακτηριστικά της δύναμης;

Η δύναμη είναι μέγεθος διανυσματικό και επομένως στα σχήματα παριστάνεται με ένα βέλος. Μονάδα μέτρησης της δύναμης στο διεθνές σύστημα S.I. είναι το 1N (Newton).

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της δύναμης σε ένα σώμα εξαρτάται από την κατεύθυνση της δύναμης. Το βέλος της δύναμης στα σχεδιαγράμματα έχει σημείο εφαρμογής το σημείο στο οποίο ασκείται η δύναμη και κατεύθυνση την κατεύθυνση της δύναμης.

3. Πως εμφανίζονται οι δυνάμεις στη φύση; Τι εννοούμε ότι δύο σώματα αλληλεπιδρούν;

Στη φύση οι δυνάμεις εμφανίζονται πάντα κατά ζεύγη. Δεν υπάρχει δηλαδή ένα σώμα που να ασκεί μία δύναμη και ένα άλλο σώμα που να δέχεται αυτή τη δύναμη μόνο. Αντίθετα αυτό που συμβαίνει πάντοτε είναι ότι όταν ένα σώμα ασκεί δύναμη σε ένα άλλο σώμα, τότε και το δεύτερο σώμα θα ασκεί μια δύναμη στο πρώτο. Με άλλα λόγια όταν ένα σώμα επιδρά πάνω σε ένα άλλο ασκώντας μια δύναμη, τότε και το δεύτερο επιδρά και ασκεί μια δύναμη στο πρώτο σώμα. Για το λόγο αυτό όταν εμφανίζονται δυνάμεις ανάμεσα σε δύο σώματα, λέμε ότι τα σώματα αλληλεπιδρούν.

4. Ποιες δυνάμεις ονομάζονται δυνάμεις επαφής και ποιες δυνάμεις από απόσταση;

Όταν δύο σώματα που αλληλεπιδρούν βρίσκονται σε επαφή, τότε τις δυνάμεις που ασκεί το ένα στο άλλο τις λέμε δυνάμεις επαφής.

Παραδείγματα δυνάμεων επαφής είναι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται ανάμεσα σε ένα τεντωμένο νήμα και ένα σώμα που είναι δεμένο σε αυτό, οι δυνάμεις ανάμεσα στα ελαστικά του αυτοκινήτου και το οδόστρωμα, οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια μιας κρούσης κ.α.

Όταν δύο σώματα που αλληλεπιδρούν δε βρίσκονται σε επαφή, τότε τις δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ τους τις λέμε δυνάμεις από απόσταση.

Παραδείγματα δυνάμεων από απόσταση είναι οι δυνάμεις μεταξύ των πλανητών, οι δυνάμεις ανάμεσα σε δύο μαγνήτες, η δύναμη ανάμεσα σε ηλεκτρικά φορτία.

5. Τι γνωρίζετε για το νόμο του Hooke;

Σύμφωνα με το νόμο του Hooke:

Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ανάλογη με τη δύναμη που ασκείται σε αυτό.

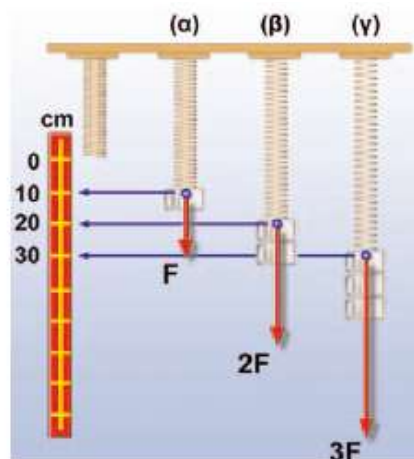
Τη ιδιότητα αυτή των ελατηρίων την εκμεταλλευόμαστε στα δυναμόμετρα, δηλαδή στα όργανα με τα οποία μετράμε τις δυνάμεις.

Παράδειγμα: Μια δύναμη $F_1 = 10N$ προκαλεί επιμήκυνση σε ένα ελατήριο ίση με $x_1 = 5cm$, αν ασκηθεί στο ελατήριο μια δύναμη $F_2 = 30N$ πόση θα είναι η νέα επιμήκυνση x_2 ;

Με απλή μέθοδο των τριών έχουμε:

Δύναμη $F_1 = 10N$ προκαλεί επιμήκυνση $x_1 = 5cm$

Δύναμη $F_2 = 30N$ $x_2 = 5cm \times 30N / 10N = 15cm$



Εικόνα 3.9.

Ο νόμος του Ηοοκ.

Εφαρμόζοντας διπλάσια και τριπλάσια δύναμη στο ελατήριο, η επιμήκυνσή του διπλασιάζεται και τριπλασιάζεται, αντίστοιχα. Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ανάλογη της δύναμης που την προκαλεί.

6. Ασκήσεις

1. Σωστό/Λάθος:

- i. Ένα σώμα μπορεί να εξασκεί δύναμη σε ένα άλλο μόνο όταν τα δύο σώματα βρίσκονται σε επαφή
- ii. Ένα σώμα μπορεί να εξασκεί δύναμη σε ένα άλλο μόνο όταν τα σώματα βρίσκονται σε απόσταση μεταξύ τους
- iii. Ένα σώμα μπορεί να εξασκεί δύναμη σε ένα άλλο και όταν τα δύο σώματα βρίσκονται σε επαφή και όταν βρίσκονται σε απόσταση μεταξύ τους

2. Μια δύναμη $F_1 = 20N$ προκαλεί επιμήκυνση σε ένα ελατήριο ίση με $x_1 = 4cm$, αν ασκηθεί στο ελατήριο μια δύναμη $F_2 = 50N$ πόση θα είναι η νέα επιμήκυνση x_2 ;

3. Μια δύναμη $F_1 = 12N$ προκαλεί επιμήκυνση σε ένα ελατήριο ίση με $x_1 = 3cm$, αν ασκηθεί στο ελατήριο μια δύναμη F_2 η οποία προκαλεί επιμήκυνση $x_2 = 15cm$, πόση είναι η δύναμη F_2 ;

4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Δύναμη F (N)	5	12		22
Συσπείρωση x(cm)		6	8	

3.2 Δύο σημαντικές δυνάμεις στον κόσμο

1. Τι γνωρίζετε για τη δύναμη του βάρους;

Το βάρος είναι η δύναμη με την οποία η γη έλκει ένα σώμα. Το βάρος εφόσον είναι δύναμη το μετράμε με όργανα όπως το δυναμόμετρο και η μονάδα μέτρησης του βάρους στο διεθνές σύστημα είναι το 1N.

Η γη ασκεί τη βαρυτική δύναμη σε όλα τα σώματα ανεξάρτητα από το κάθε σώμα βρίσκεται στο έδαφος ή στον αέρα ή πέφτει ή ανυψώνεται. Η διεύθυνση της ακτίνας της γης ονομάζεται κατακόρυφος του κάθε τόπου και είναι διαφορετική από τόπο σε τόπο. **Η διεύθυνση της ακτίνας της γης σε ένα συγκεκριμένο τόπο ονομάζεται κατακόρυφος του τόπου αυτού.**



Εικόνα 3.16.

Η κατακόρυφη κάθε τόπου έχει τη διεύθυνση της ακτίνας της γης και διέρχεται από το κέντρο της

Η βαρυτική δύναμη είναι πάντοτε ελκτική και έχει τη διεύθυνση της ακτίνας της γης, δηλαδή έχει τη διεύθυνση της κατακόρυφου του τόπου και φορά πάντοτε προς το κέντρο της γης. Το βάρος ενός σώματος αλλάζει από τόπο σε τόπο και ελαττώνεται όσο αυξάνεται το ύψος από την επιφάνεια της γης

π.χ ένα παιδί που έχει βάρος 300N στην επιφάνεια της θάλασσας, στην κορυφή του Έβερεστ θα έχει βάρος 299N.

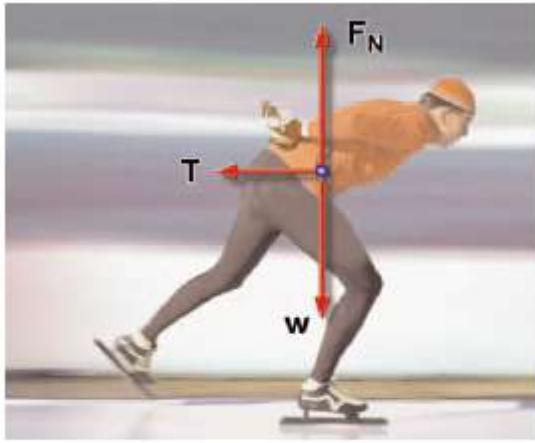
2. Αν ένα σώμα μεταφερθεί στη Σελήνη θα έχει βάρος;

Όταν ένα σώμα φύγει μακριά από τη γη και βρεθεί στο διάστημα τότε η βαρυτική έλξη της γης σε αυτό, δηλαδή το γήινο βάρος του ελαττώνεται πάρα πολύ και πρακτικά ισούται με μηδέν. Έτσι όταν ένα σώμα βρεθεί στην επιφάνεια της Σελήνης ουσιαστικά έχει αμελητέο γήινο βάρος αλλά έχει βάρος εξαιτίας της έλξης της Σελήνης πλέον. Από πειράματα που έγιναν στη Σελήνη διαπιστώθηκε ότι το «Σεληνιακό» βάρος ενός σώματος είναι ίσο με το 1/6 του γήινου βάρους που έχει το σώμα όταν βρίσκεται στην επιφάνεια της γης.

3. Τι γνωρίζετε για τη δύναμη της Τριβής;

Η τριβή είναι η δύναμη που ασκείται από ένα σώμα σε ένα άλλο όταν βρίσκονται σε επαφή και το ένα κινείται ή τείνει να κινηθεί σε σχέση με το άλλο.

Η διεύθυνση της τριβής είναι παράλληλη προς τις επιφάνειες που εφάπτονται και έχει φορά τέτοια ώστε να αντιστέκεται στην ολίσθηση της μιας επιφάνειας πάνω στην άλλη.



Εικόνα 3.19.

Στον παγοδρόμο ασκούνται δυνάμεις από δύο σώματα: Το βάρος (W), που ασκείται από απόσταση από τη γη. Και εφόσον υπάρχουν τριβές, οι δυνάμεις από το δάπεδο: η κάθετη στην επιφάνεια F_N και η τριβή T .

Η τριβή είναι παρούσα σε κάθε κίνηση στη καθημερινή μας ζωή και έχει διπλό ρόλο. Από τη μια αντιστέκεται στην κίνηση των σωμάτων και από την άλλη η τριβή είναι η δύναμη που μας βοηθάει να βαδίσουμε ή αποτελεί την απαραίτητη δύναμη ώστε να μπορέσουν να κυλήσουν οι τροχοί ενός αυτοκινήτου.

4. Πως σχεδιάζουμε τις δυνάμεις

Για να μελετήσουμε την κίνηση που πραγματοποιεί ένα σώμα πρέπει πρώτα από όλα να προσδιορίσουμε ποια είναι η αιτία της κίνησης του. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να προσδιορίσουμε τη δύναμη ή τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να δούμε πως αυτές επιδρούν στο σώμα. Για να σχεδιάσουμε σωστά τις δυνάμεις στο σώμα που μελετάμε είναι καλό να ακολουθούμε την παρακάτω μεθοδολογία:

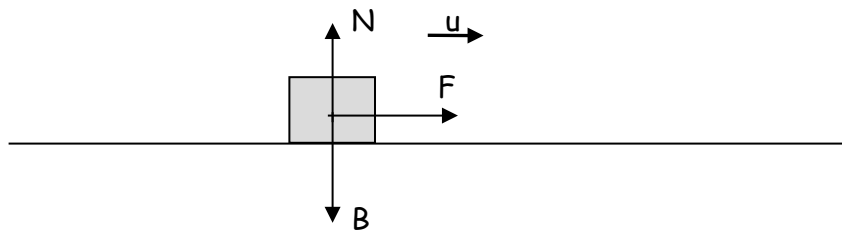
Πρώτο: Επιλέγουμε το σώμα που μας ενδιαφέρει, το οποίο αντιμετωπίζουμε ως υλικό σημείο. Σκοπός μας είναι να σχεδιάσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα που μας ενδιαφέρει και όχι να σχεδιάσουμε τις δυνάμεις που αυτό ασκεί στα άλλα σώματα.

Δεύτερο: Σχεδιάζουμε τις **δυνάμεις από απόσταση** οι οποίες ασκούνται στο σώμα π.χ το βάρος του.

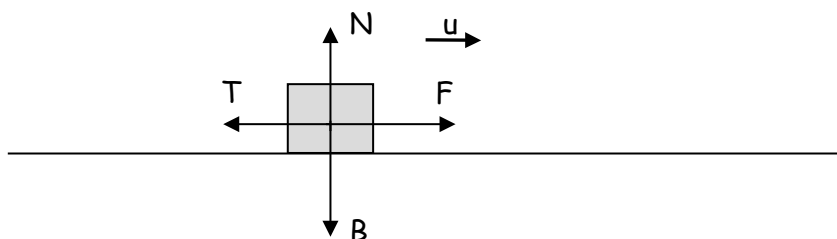
Τρίτο: Εντοπίζουμε όλα τα σώματα με τα οποία το υπό μελέτη σώμα βρίσκεται σε επαφή. Κάθε ένα από τα σώματα αυτά του ασκεί μια δύναμη. Για το σχεδιασμό των δυνάμεων αυτών λαμβάνουμε υπόψη τα παρακάτω:

- Αν το σώμα κινείται σε **λεία** επιφάνεια τότε θεωρούμε ότι δεν υπάρχει τριβή
- Αν το σώμα κινείται σε τραχεία (μη λεία) επιφάνεια τότε σχεδιάζουμε δύναμη τριβής T . Για ένα σώμα που **ολισθαίνει** (γλιστράει) πάνω σε μια επιφάνεια σχεδιάζουμε τη δύναμη τριβής **με φορά αντίθετη της ταχύτητας του σώματος**.
- Το βάρος του σώματος το σχεδιάζουμε **κατακόρυφα προς τα κάτω** σε σχέση με το **οριζόντιο επίπεδο**.
- Όταν ένα σώμα βρίσκεται ή κινείται πάνω σε μια επιφάνεια, τότε δέχεται από την επιφάνεια μια δύναμη στήριξης, την οποία ονομάζουμε **κάθετη αντίδραση**

N από την επιφάνεια την οποία την σχεδιάζουμε κάθετη στην επιφάνεια με σημείο εφαρμογής το σώμα κατεύθυνση από την επιφάνεια προς τα έξω.



Εικόνα 1. Λείο επίπεδο

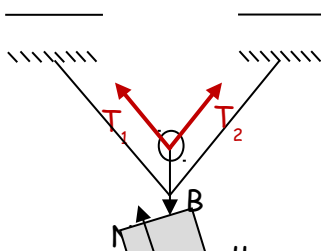


Εικόνα 2. Μη λείο επίπεδο

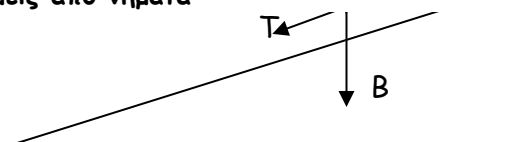
- Όταν σχεδιάζουμε δυνάμεις σε κεκλιμένο επίπεδο, σχεδιάζουμε το βάρος B του σώματος κατακόρυφα προς τα κάτω σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο και την κάθετη αντίδραση N κάθετα στην επιφάνεια πάνω στην οποία ολισθαίνει το σώμα, με φορά από την επιφάνεια προς τα έξω.

Εικόνα 3. Κεκλιμένο μη λείο επίπεδο

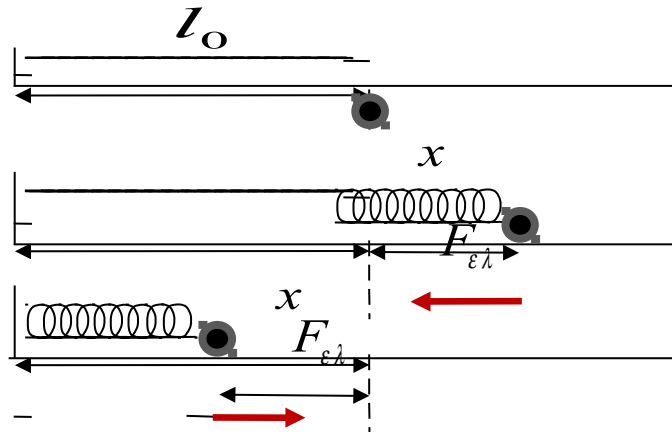
- Ένα νήμα (σχοινί) ή σύρμα ασκεί δύναμη σε ένα σώμα το οποίο είναι δεμένο σε αυτό και τη δύναμη αυτή την ονομάζουμε τάση T . Η τάση είναι μια δύναμη το βελάκι της οποίας έχει διεύθυνση τη διεύθυνση του νήματος, σημείο εφαρμογής το σώμα και φορά από το σώμα προς το σχοινί. Θα θεωρούμε ότι τα νήματα ασκούν δυνάμεις στα σώματα **μόνο όταν είναι τεντωμένα**.



Εικόνα 4. Δυνάμεις από νήματα



- Ένα ελατήριο ασκεί δύναμη $F_{ελ}$ σε ένα σώμα το οποίο είναι προσαρτημένο σε αυτό, **μόνο όταν το ελατήριο είναι επιμηκυμένο ή συμπιεσμένο**. Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα έχει **πάντοτε κατεύθυνση τέτοια ώστε να τείνει να επαναφέρει το ελατήριο στο φυσικό του μήκος**. Ένα ελατήριο που έχει το φυσικό του μήκος θεωρούμε ότι δεν ασκεί δύναμη στο σώμα.



Εικόνα 5. Δυνάμεις από ελατήρια

3.3 Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων

1. Ποια δύναμη ονομάζεται συνισταμένη δύναμη;

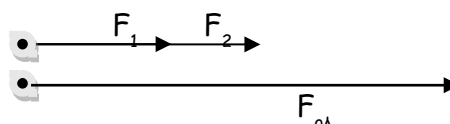
Συχνά στα σώματα ασκούνται περισσότερες από μία δυνάμεις με διαφορετικό μέτρο και κατεύθυνση η καθεμιά. Συνεπώς είναι δύσκολο μελετώντας την επίδραση της καθεμιάς δύναμης ξεχωριστά, να αντιληφθούμε τις συνέπειες που έχουν οι δυνάμεις στην κίνηση ενός σώματος. Μπορούμε όμως να «αντικαταστήσουμε» τις επιμέρους δυνάμεις, τις οποίες ονομάζουμε συνιστώσες δυνάμεις, με μία ισοδύναμη τους, η οποία έχει την ίδια επίδραση στο σώμα με όλες τις δυνάμεις συνολικά. **Η δύναμη εκείνη που προκαλεί τα ίδια αποτελέσματα με το σύνολο των επιμέρους δυνάμεων, δηλαδή η συνολική δύναμη, λέγεται συνισταμένη δύναμη.**

Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **σύνθεση δυνάμεων** από συνιστώσες δυνάμεις.

2. Ποιες δυνάμεις ονομάζονται ομόρροπες; Πως υπολογίζουμε τη συνισταμένη ομόρροπων δυνάμεων;

Ομόρροπες ονομάζονται οι δυνάμεις που έχουν την ίδια διεύθυνση και την ίδια φορά. Η συνισταμένη δύναμη δύο ομόρροπων δυνάμεων έχει επίσης την ίδια κατεύθυνση με τις συνιστώσες δυνάμεις και το μήκος του διανύσματος της (δηλ. του βέλους της) ισούται με το άθροισμα των μηκών των διανυσμάτων των συνιστωσών. Συνεπώς, η ολική δύναμη θα δίνεται από τη σχέση:

$$F_{ολ} = F_1 + F_2$$



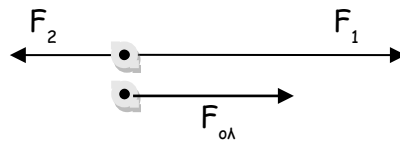
Εικόνα 6. Συνισταμένη ομόρροπων δυνάμεων

3. Ποιες δυνάμεις ονομάζονται αντίρροπες; Πως υπολογίζουμε τη συνισταμένη αντίρροπων δυνάμεων δυνάμεων;

Αντίρροπες ονομάζονται οι δυνάμεις που έχουν την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά. Η συνισταμένη δύναμη έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης δύναμης και το διάνυσμα της έχει μήκος το οποίο προκύπτει αν αφαιρέσουμε από το μήκος του διανύσματος της μεγαλύτερης συνιστώσας, το μήκος του διανύσματος της μικρότερης συνιστώσας. Συνεπώς, η ολική δύναμη θα δίνεται από τη σχέση:

$$F_{ολ} = F_1 - F_2$$

όπου έχουμε θεωρήσει ότι η δύναμη F_1 είναι μεγαλύτερη από τη δύναμη F_2 και έτσι αφαιρέσαμε από τη μεγαλύτερη δύναμη, τη μικρότερη δύναμη.

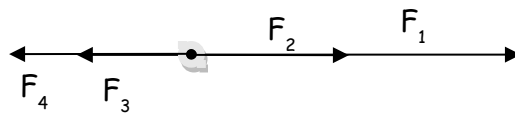


Στην ειδική περίπτωση που οι δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίσα μέτρα τότε η ολική δύναμη $F_{ολ}$ είναι μηδέν και οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται αντίθετες.

Αντίθετες ονομάζονται δύο δυνάμεις που έχουν ίδια διεύθυνση, ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη φορά, δηλ. είναι δυνάμεις αντίρροπες με ίσα μέτρα. Δύο αντίθετες δυνάμεις έχουν συνισταμένη δύναμη μηδέν.

4. Πως υπολογίζουμε τη συνισταμένη πολλών δυνάμεων ;

Συχνά συναντάμε την περίπτωση στη Φυσική να πρέπει να υπολογίσουμε την συνισταμένη πολλών δυνάμεων που έχουν την ίδια διεύθυνση, βρίσκονται δηλαδή πάνω στην ίδια ευθεία, αλλά δεν έχουν όλες την ίδια φορά. Κατά συνέπεια κάποιες από τις δυνάμεις αυτές είναι μεταξύ τους αντίρροπες. Στην περίπτωση αυτή εργαζόμαστε όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί. Έστω ότι έχουμε να υπολογίσουμε τη συνισταμένη τεσσάρων δυνάμεων οι οποίες ασκούνται σε ένα υλικό σημείο όπως φαίνονται στο σχήμα



Ας υποθέσουμε επίσης ότι οι αριθμητικές τιμές των δυνάμεων αυτών είναι

$$F_1 = 20N, F_2 = 15N, F_3 = 10N, F_4 = 5N$$

Πρώτα υπολογίζουμε την συνισταμένη των ομόρροπων δυνάμεων προς τα δεξιά και προς τα αριστερά αντίστοιχα οπότε έχουμε

$$F_{1,2} = F_1 + F_2$$

$$F_{1,2} = 20N + 15N$$

$$F_{1,2} = 35N$$

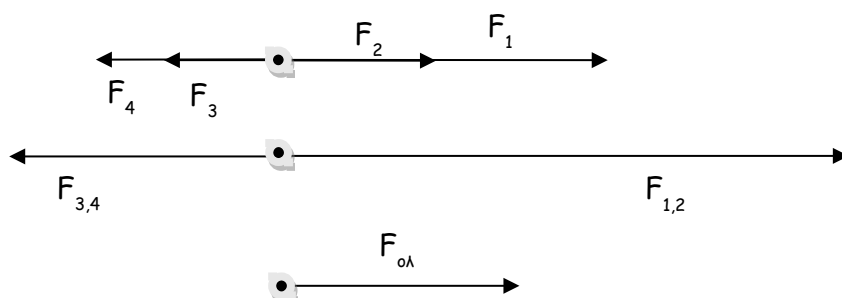
και αντίστοιχα για τις άλλες δύο δυνάμεις έχουμε

$$F_{3,4} = F_3 + F_4$$

$$F_{3,4} = 10N + 5N$$

$$F_{3,4} = 15N$$

οπότε σχηματικά προκύπτει



Εικόνα 7. Συνισταμένη πολλών αντίρροπων δυνάμεων

και τελικά για τον υπολογισμό και την σχεδίαση της ολικής δύναμης αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη δύναμη, τη μικρότερη δύναμη οπότε έχουμε

$$F_{ολ} = F_{1,2} - F_{3,4}$$

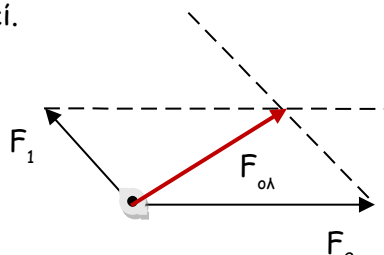
$$F_{ολ} = 35N - 15N$$

$$F_{ολ} = 20N$$

ενώ η κατεύθυνση της ολικής δύναμης συμπίπτει με αυτήν της $F_{1,2}$ που είναι μεγαλύτερη όπως φαίνεται και στο σχήμα παραπάνω.

5. Πως υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύο μη συγγραμμικών δυνάμεων;

Στις περισσότερες περιπτώσεις οι δυνάμεις δεν είναι συγγραμμικές, δηλαδή δεν βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία. Μπορούμε να βρούμε τη συνισταμένη δύο μη συγγραμμικών δυνάμεων με γραφικό τρόπο εφαρμόζοντας τον κανόνα του παραλληλογράμμου. Σχεδιάζουμε τις συνιστώσες δυνάμεις με κοινό σημείο εφαρμογής και στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου όπως φαίνεται και στο σχήμα που ακολουθεί.

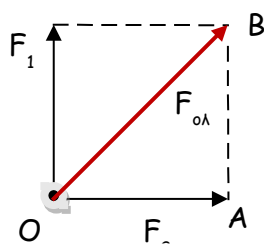


Εικόνα 8. Συνισταμένη μη συγγραμμικών δυνάμεων

Από το τέλος του διανύσματος (βέλους) της δύναμης F_1 φέρνουμε διακεκομμένη γραμμή παράλληλη στη δύναμη F_2 . Με τον ίδιο τρόπο εργαζόμαστε και όσον αφορά τη δύναμη F_2 , δηλαδή από το τέλος του διανύσματος της F_2 φέρνουμε διακεκομμένη παράλληλη με στη δύναμη F_1 . Στο σημείο τομής των διακεκομμένων γραμμών βρίσκεται το τέλος του διανύσματος της συνισταμένης δύναμης, ενώ η αρχή του $F_{ολ}$ είναι η κοινή αρχή των διανυσμάτων F_1 και F_2 . Ωστόσο, ενώ ο γραφικός προσδιορισμός της συνισταμένης δύναμης δύο μη συγγραμικών δυνάμεων είναι μια σχετικά απλή διαδικασία βασισμένη στην εφαρμογή του κανόνα του παραλληλογράμμου, αντιθέτως ο υπολογισμός της τιμής της $F_{ολ}$ δεν είναι τόσο απλή υπόθεση και δεν θα μας απασχολήσει στο πλαίσιο της Β Γυμνασίου.

6. Πως υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύο κάθετων δυνάμεων;

Όταν θέλουμε να βρούμε τη συνισταμένη δύναμη δύο δυνάμεων που είναι μεταξύ τους κάθετες εργαζόμαστε όπως παρακάτω. Εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου ακριβώς όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα και με αυτόν τον τρόπο υπολογίζουμε γραφικά τη συνισταμένη δύναμη. Στην περίπτωση όμως των κάθετων δυνάμεων είναι δυνατό με απλό τρόπο να υπολογίσουμε και το μέτρο της ολικής δύναμης.



Εικόνα 9. Συνισταμένη κάθετων δυνάμεων

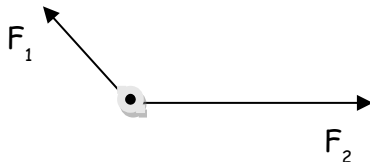
Όπως φαίνεται στην Εικόνα 9, το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την $F_{ολ}$ και κάθετες πλευρές τις F_2 και AB που είναι ίση με την F_1 αφού είναι απέναντι πλευρές στο παραλληλόγραμμο που σχηματίζεται από τις δυνάμεις και τις διακεκομμένες. Εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα για το τρίγωνο OAB και έτσι προκύπτει

$$F_{ολ}^2 = F_1^2 + F_2^2$$

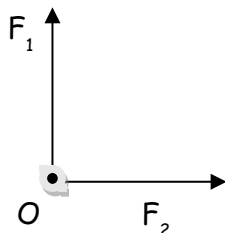
$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

7. Ασκήσεις

1. Να σχεδιάσετε την συνισταμένη δύναμη στο σχήμα που ακολουθεί.



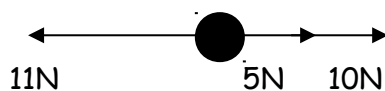
2. Πως υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύο κάθετων δυνάμεων;



3. Πόση είναι η συνισταμένη δύο δυνάμεων που έχουν μέτρα $F_1=8\text{N}$ και $F_2=6\text{N}$ και ασκούνται στο ίδιο υλικό σημείο; Όταν οι δυνάμεις είναι: α) ομόρροπες, β) αντίρροπες, γ) κάθετες.

4. Στις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη κατά μέτρο και διεύθυνση.

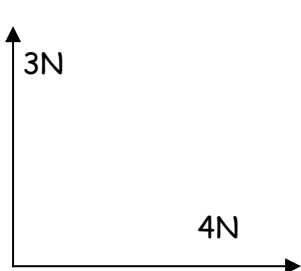
α)



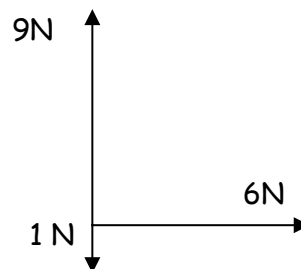
β)



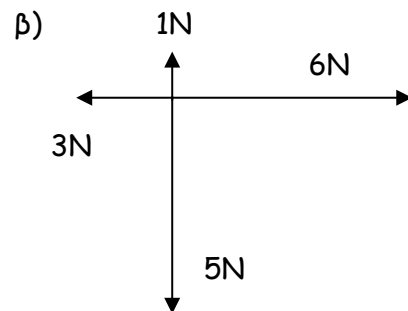
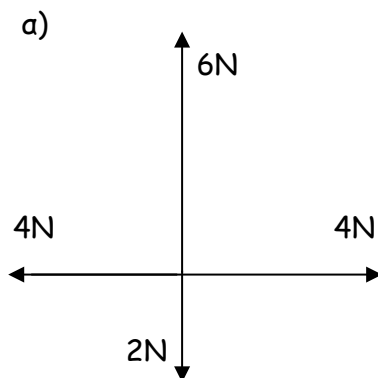
γ)



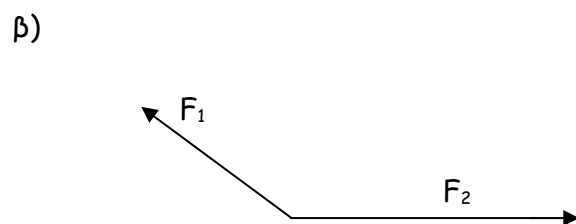
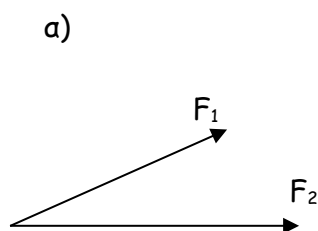
δ)



5. Στις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη κατά μέτρο και διεύθυνση.



7. Να σχεδιάσετε τη συνισταμένη των παρακάτω δυνάμεων.



3.4 Δύναμη και ισορροπία

1. *Γιατί τα σώματα δεν μπορούν να κινούνται επ' άπειρον με σταθερή ταχύτητα;*

Είναι γνωστό από την καθημερινή μας εμπειρία ότι αν δώσουμε ώθηση μέσω μιας δύναμης σε ένα σώμα και το αφήσουμε στη συνέχεια να κινηθεί ελεύθερα, εκείνο θα κινηθεί για λίγο και έπειτα θα σταματήσει. Παρατηρούμε ότι αν σπρώξουμε ένα ξύλινο κιβώτιο πάνω σε ένα τραχύ δάπεδο, το κιβώτιο θα κινηθεί για πολύ λίγο. Αυτό συμβαίνει γιατί υπάρχει μεγάλη δύναμη τριβής ανάμεσα στο κιβώτιο και στο δάπεδο η οποία αντισταθεί στην κίνηση. Αν σπρώξουμε το ίδιο κιβώτιο, με την ίδια δύναμη σε μια λιγότερο τραχιά επιφάνεια, ας πούμε στα γυαλισμένα πλακάκια του σαλονιού μας, τότε η κίνηση του κιβωτίου θα διαρκέσει περισσότερο. Αν κάνουμε το ίδιο στην παγωμένη επιφάνεια ενός παγοδρομίου, το κιβώτιο θα μετακινηθεί για πολύ περισσότερο. Στην παγωμένη επιφάνεια του παγοδρομίου η δύναμη της τριβής είναι πραγματικά πολύ μικρότερη και έτσι το σώμα καλύπτει πολύ μεγαλύτερη απόσταση έως ότου ακινητοποιηθεί. Παρατηρούμε λοιπόν ότι όσο μικρότερη είναι η δύναμη της τριβής τόσο περισσότερο κινείται το σώμα. Το ερώτημα προκύπτει αβίαστα: Είναι δυνατόν ένα σώμα να κινείται επ' άπειρον χωρίς να σταματήσει; Ο

Γαλιλαίος ισχυρίστηκε ότι ένα τέλεια λείο αντικείμενο πάνω σε μια επίσης τέλεια λεία οριζόντια επιφάνεια θα μπορούσε να κινείται επ' άπειρο σε ευθεία γραμμή. Υπάρχουν όμως στη φύση τέλεια λείες επιφάνειες; Αν όχι τι νόημα έχει τότε η πρόταση του Γαλιλαίου;

Κι όμως η πρόταση του Γαλιλαίου έχει πολύ μεγάλη σπουδαιότητα όταν μελετάμε κινήσεις στις οποίες η τριβή μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Τέτοιες είναι οι κινήσεις που γίνονται όταν οι επιφάνειες που τρίβονται κατά την κίνηση είναι πολύ λείες, οπότε και η δύναμη τριβής που αναπτύσσεται ανάμεσα στις επιφάνειες πολύ μικρή. Όπως επίσης και κινήσεις που διαρκούν πολύ μικρό χρονικό διάστημα οπότε η επίδραση της τριβής είναι επίσης αμελητέα.

2. Τι γνωρίζετε για τον 1^ο νόμο του Newton;

Αργότερα ο Newton στηριζόμενος στην έννοια της δύναμης διατύπωσε πιο ολοκληρωμένα τη πρόταση του Γαλιλαίου διατυπώνοντας τον περίφημο **1^ο νόμο του Newton** σύμφωνα με τον οποίο:

Όταν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε το σώμα ή θα παραμένει ακίνητο ή θα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

3. Τι ονομάζεται αδράνεια ενός σώματος;

Η πρόταση αυτή του Νεύτωνα συνδέεται με μια ιδιότητα των σωμάτων που ονομάζεται **αδράνεια**.

Αδράνεια είναι η τάση των σωμάτων να αντιστέκονται σε οποιαδήποτε μεταβολή της ταχύτητας τους (κινητικής τους κατάστασης).

Μέτρο της αδράνειας ενός σώματος είναι η μάζα του. Δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα ενός σώματος, τόσο μεγαλύτερη και η αδράνεια του.

3.5 Ισορροπία υλικού σημείου

1. Πότε λέμε ότι ένα υλικό σημείο ισορροπεί;

Ένα σώμα λέμε ότι ισορροπεί όταν ισχύει για αυτό ο 1^{ος} νόμος του Newton. Ο 1^{ος} νόμος του Newton αποτελεί λοιπόν την συνθήκη ισορροπίας για ένα υλικό σημείο.

Επομένως ένα σώμα που το θεωρούμε υλικό σημείο λέμε ότι ισορροπεί όταν η συνολική δύναμη που ασκείται σε αυτό είναι μηδέν. Δηλαδή ισχύει:

$$\Sigma F = 0$$

Από τα παραπάνω προκύπτει επίσης ότι ένα υλικό σημείο ισορροπεί όταν είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Στην περίπτωση που στο σώμα που ισορροπεί ασκούνται δυνάμεις που έχουν αναλυθεί σε δύο κάθετους άξονες η συνθήκη ισορροπίας ισχύει και για τους δύο άξονες ταυτόχρονα, δηλαδή ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0$$

Παράδειγμα 3.2

Μια κασετίνα βάρους 3 N ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο, ενώ τη σπρώχνουμε με το χέρι μας ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου 4 N. Να υπολογιστούν τα μέτρα:

α) της τριβής: T , β) της κάθετης δύναμης που ασκεί το δάπεδο: F_N , γ) της συνισταμένης δύναμης από το δάπεδο: F_Δ

Δεδομένα

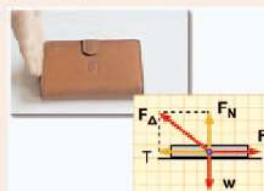
$W=3 \text{ N}$, $F=4 \text{ N}$

Ζητούμενα

α) F_N β) T γ) F_Δ

Βασική εξίσωση

$F_{\alpha x}=0$ $F_{\alpha y}=0$



Λύση

Βήμα 1: Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα:

Από απόσταση: το βάρος $W=3 \text{ N}$, κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.

Από επαφή: Η δύναμη από το χέρι (τείνει να κινήσει την κασετίνα) $F=4 \text{ N}$.

Από το δάπεδο (η κάθετη F_N με φορά από το δάπεδο προς το σώμα και η τριβή που αντιτίθεται στην κίνηση).

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τα μέτρα των δυνάμεων:

A. Επιλέγουμε δυο κάθετες διευθύνσεις [την οριζόντια (x) και την κατακόρυφη (y)]

B. Εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας για τους δυο άξονες – Βασική εξίσωση:

$$F_{\alpha x}=0, \quad F-T=0 \quad F=T \quad T=5 \text{ N}$$

$$F_{\alpha y}=0 \quad W-F_N=0 \quad W=F_N \quad F_N=4 \text{ N}$$

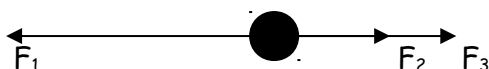
Γ. Η δύναμη που ασκεί το δάπεδο είναι η συνισταμένη των F_N και T $F_\Delta^2 = T^2 + F_N^2$, $F_\Delta^2 = (4 \text{ N})^2 + (3 \text{ N})^2$
 $F_\Delta^2 = 16 \text{ N}^2 + 9 \text{ N}^2$, $F_\Delta^2 = 25 \text{ N}^2$, $F_\Delta = 5 \text{ N}$

2. Ασκήσεις

5. Για ένα σώμα που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο γνωρίζουμε ότι του ασκούνται οι οριζόντιες δυνάμεις $F_1=7\text{N}$ και $F_2=3\text{N}$ προς τα δεξιά και η δύναμη $F_3=10\text{N}$ προς τα αριστερά. Αν τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ βρίσκεται στη θέση $x_1=3\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t_2=4\text{s}$ βρίσκεται στη θέση $x_2=7\text{m}$, να υπολογίσετε:

- το είδος της κίνησης του σώματος
- την μετατόπισή του
- την ταχύτητά του

2.



Στο υλικό σημείο του παραπάνω σχήματος ασκούνται οι δυνάμεις $F_1=5\text{N}$, F_2 και $F_3=13\text{N}$. Να βρείτε τη δύναμη F_2 όταν το υλικό σημείο:

- ισορροπεί
- κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα
- κινείται προς τα αριστερά με σταθερή ταχύτητα

3. Στα καθίσματα των αυτοκινήτων και πίσω από το κεφάλι των επιβατών υπάρχει ένα μαξιλαράκι. Που νομίζετε ότι εξυπηρετεί; Στο φρενάρισμα ή κατά την επιτάχυνση του αυτοκινήτου;

4. Η ταχύτητα ενός αντικειμένου παραμένει σταθερή όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που επιδρούν σε αυτό:

- είναι σταθερή
- αυξάνεται
- μειώνεται
- είναι μηδενική

5. Σωστό/Λάθος

- i. Όταν σε ένα σώμα ασκείται μόνο μία δύναμη, υπάρχει περίπτωση αυτό να κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- ii. Όταν σε ένα σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις, υπάρχει περίπτωση αυτό να ισορροπεί.
- iii. Όταν σε ένα σώμα ασκούνται τρεις δυνάμεις, αποκλείεται αυτό να κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- iv. Όταν ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται έχει τη φορά της ταχύτητας.

3.6 Δύναμη και μεταβολή της ταχύτητας

1. Με ποιο τρόπο συνδέεται η δύναμη με τη μεταβολή της ταχύτητας;

Σε προηγούμενη παράγραφο ορίσαμε τη δύναμη ως το αίτιο της μεταβολής της ταχύτητας ενός σώματος. Είδαμε επίσης ότι όταν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις τότε δεν υπάρχει κάποια αιτία για να μεταβληθεί η ταχύτητα του σώματος και έτσι αν αυτό ήταν ακίνητο τότε παραμένει ακίνητο ενώ αν αυτό είχε ταχύτητα τότε συνεχίζει να κινείται με την ίδια ταχύτητα.

Στην περίπτωση τώρα που σε ένα σώμα ασκείται συνισταμένη δύναμη τότε αυτό αποτελεί την αιτία για την αλλαγή της ταχύτητας του σώματος. Πειραματικά διαπιστώνεται ότι :

Όσο μεγαλύτερη είναι η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα που έχει ορισμένη μάζα, τόσο πιο γρήγορα μεταβάλλεται η ταχύτητα του.

Ο Νεύτωνας διατύπωσε με σαφήνεια τη σχέση ανάμεσα στη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα και στο πόσο γρήγορα αλλάζει η ταχύτητα του, στην μαθηματική έκφραση του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα ($F=ma$) η οποία θα μελετηθεί σε μεγαλύτερη τάξη.

2. Με ποιο τρόπο συνδέεται η μάζα με τη μεταβολή της ταχύτητας;

Πειραματικά διαπιστώνεται επίσης ότι **όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα ενός σώματος τόσο δυσκολότερα μπορεί μια συγκεκριμένη δύναμη να αλλάξει τη ταχύτητα του.** Συνδυάζοντας την παραπάνω πρόταση με την έννοια της αδράνειας, δηλαδή της ιδιότητας των σωμάτων να αντιστέκονται στην μεταβολή της ταχύτητας τους, αντιλαμβανόμαστε για ποιο λόγο η μάζα χαρακτηρίζεται ως μέτρο της αδράνειας ενός σώματος.

Μεγάλη μάζα σημαίνει μεγάλη αδράνεια και μεγάλη αντίσταση στις αλλαγές της ταχύτητας που προκαλούνται από μια συγκεκριμένη δύναμη. Έτσι όταν ένα φορτηγό είναι φορτωμένο σταματάει πιο δύσκολα από ότι όταν είναι άδειο αφού η μάζα του είναι μεγαλύτερη. Η ταχύτητα του φορτηγού μεταβάλλεται ευκολότερα όταν είναι άδειο.

3. Ποιες είναι οι κυριότερες διαφορές ανάμεσα στη μάζα και το βάρος ενός σώματος;

Είναι σημαντικό να κατανοηθεί ότι η μάζα και το βάρος ενός σώματος δεν είναι το ίδιο πράγμα. Το βάρος w ενός σώματος είναι η δύναμη που ασκεί η Γη στο σώμα και έχει σχέση με το πόσο δύσκολα ή εύκολα σηκώνουμε ένα σώμα. Από την άλλη πλευρά η μάζα είναι η ποσότητα της ύλης που έχει ένα σώμα.

Το βάρος είναι ανάλογο της μάζας ενός σώματος και υπολογίζεται από τη σχέση

$$w = mg$$

Η σταθερά αναλογίας g ονομάζεται επιτάχυνση της βαρύτητας και η τιμή της εξαρτάται από τον τόπο στον οποίο βρισκόμαστε. Επομένως η τιμή του βάρους w από τόπο σε τόπο διαφέρει αφού εξαρτάται από το g .

Το βάρος όπως όλες τις δυνάμεις το μετράμε με το δυναμόμετρο και η μονάδα μέτρησης του είναι το **1N (1 Newton)**.

Οι κυριότερες διαφορές του είναι οι εξής:

- Το βάρος είναι δύναμη ενώ η μάζα είναι η ποσότητα της ύλης που έχει ένα σώμα.
- Το βάρος το μετράμε με το δυναμόμετρο ενώ τη μάζα με το ζυγό.
- Το βάρος αλλάζει από τόπο σε τόπο ανάλογα με την τιμή του g ενώ η μάζα ενός σώματος είναι παντού η ίδια.
- Το βάρος σχετίζεται με το πόσο εύκολα ή δύσκολα σηκώνουμε ένα σώμα ενώ η μάζα σχετίζεται με το πόσο εύκολα ή δύσκολα σπρώχνουμε ένα σώμα

Η σύγχυση ανάμεσα στο βάρος και τη μάζα ενός σώματος έχει να κάνει με την λανθασμένη συνήθεια της καθημερινής μας ζωής που θέλει όταν θέλουμε να αναφερθούμε και να μετρήσουμε τη μάζα μας να λέμε ότι το βάρος μας είναι τόσα κιλά, πράγμα το οποίο είναι λάθος.

Η σύγχυση αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι δύο σώματα που βρίσκονται στον ίδιο τόπο και στο ίδιο ύψος αν έχουν το ίδιο βάρος θα έχουν και την ίδια μάζα. Πράγματι αν θεωρήσουμε δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα τα οποία βρίσκονται στο ίδιο μέρος και στο ίδιο υψόμετρο και αν αυτά τα σώματα έχουν ίσα βάρη τότε:

$$\begin{aligned}w_1 &= w_2 \\m_1 \cdot g &= m_2 \cdot g\end{aligned}$$

και αφού τα σώματα είναι στο ίδιο μέρος το g είναι κοινό και για τα δύο και απλοποιείται από την παραπάνω σχέση οπότε τελικά έχουμε

$$m_1 = m_2$$

Άρα: «Δύο σώματα που έχουν ίσα βάρη στον ίδιο τόπο και στο ίδιο υψόμετρο θα έχουν και ίσες μάζες».



Εικόνα 3.39.

Η μάζα του Άλτρν (Auldrin) δεν άλλαξε στη σελήνη. Το βάρος του όμως έγινε το 1/6 του βάρους που είχε στη γη.

3.7 Δύναμη και αλληλεπίδραση

1. Τι γνωρίζετε για τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα;

Παρατηρώντας διάφορα φαινόμενα της καθημερινότητας ο Νεύτωνας διατύπωσε και ένα τρίτο νόμο. Σύμφωνα με τον **τρίτο νόμο του Νεύτωνα:**

Όταν ένα σώμα ασκεί δύναμη σε ένα άλλο σώμα (δράση), τότε και το δεύτερο σώμα ασκεί μια δύναμη ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης στο πρώτο (αντίδραση), ή πιο απλά:

Για κάθε δράση υπάρχει πάντα μια αντίδραση.

Στην φύση δεν εκδηλώνεται δράση χωρίς την αντίστοιχη αντίδραση. Έτσι ερμηνεύονται εύκολα πολλά φαινόμενα της καθημερινής μας ζωής π.χ. όταν βαδίζουμε σπρώχνουμε το έδαφος με τα πόδια μας προς τα πίσω και εκείνο λόγω αντίδρασης μας ωθεί προς τα εμπρός. Ο κωπηλάτης με τα κουπιά ωθεί το νερό προς τα πίσω και το νερό λόγω αντίδρασης ασκεί μια δύναμη στα κουπιά και τελικά η βάρκα κινείται προς τα εμπρός. Το αεριωθούμενο αεροπλάνο με τις τουρμπίνες του ασκεί μια δύναμη στον αέρα προς τα πίσω και εκείνος με τη σειρά του ασκεί μια αντίστοιχη δύναμη στο αεροπλάνο προς τα εμπρός. Η παραπάνω λίστα με παρόμοια παραδείγματα είναι πραγματικά ανεξάντλητη.

2. Ποια είναι τα χαρακτηριστικά της δράσης και της αντίδρασης;

Όπως είπαμε παραπάνω όταν ένα σώμα ασκεί δύναμη σε ένα άλλο (δράση), τότε και το δεύτερο σώμα ασκεί στο πρώτο μια δύναμη ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης (αντίδραση). Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει ότι η δράση και η αντίδραση έχουν τα εξής χαρακτηριστικά:

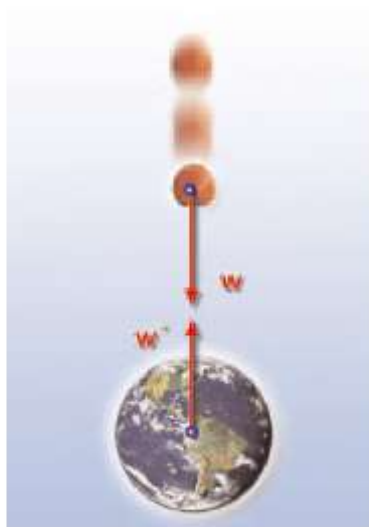
- **έχουν ίσα μέτρα**
- **έχουν ίδια διεύθυνση**
- **αντίθετη φορά**
- **ασκούνται σε διαφορετικά σώματα**

Το τελευταίο μάλιστα χαρακτηριστικό δίνει την ερμηνεία γιατί δεν μπορεί μια δράση να εξουδετερωθεί από την αντίδραση της. Κάποιος θα μπορούσε να ισχυριστεί ότι αφού η δράση και η αντίδραση είναι αντίθετες δυνάμεις, εξουδετερώνουν η μία την άλλη και η ολική δύναμη στο σώμα είναι μηδέν. Ο ισχυρισμός αυτός είναι λανθασμένος γιατί η **δράση και η αντίδραση δεν ασκούνται στο ίδιο σώμα αλλά σε**

διαφορετικά και επομένως δεν μπορούμε να μιλάμε για συνισταμένη δράσης και αντίδρασης αφού η συνισταμένη δυνάμεων ορίζεται μόνο για δυνάμεις που ασκούνται στο ίδιο σώμα.

3. Γιατί η δύναμη που ασκεί ένα μήλο στη Γη δεν μπορεί να προκαλέσει την κίνηση της Γης;

Σε προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι το βάρος ενός σώματος δεν είναι τίποτα περισσότερο από την ελκτική δύναμη που ασκεί η Γη στο σώμα λόγω της βαρύτητας της. Σύμφωνα όμως με τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα και το σώμα πρέπει να ασκεί μια δύναμη ίση με το βάρος του στη Γη αντίθετης κατεύθυνσης και όντως αυτό είναι αληθές. Τότε όμως γιατί ένα μήλο για παράδειγμα, πέφτει από τη μηλιά στο έδαφος εξαιτίας του βάρους του όταν κοπεί από το κοτσάνι του, ενώ η Γη παρόλο που δέχεται δύναμη από το μήλο παραμένει ουσιαστικά ακίνητη; Μήπως παραβιάζεται ο 3^{ος} νόμος του Νεύτωνα; Η απάντηση είναι όχι, ο 3^{ος} νόμος δεν παραβιάζεται και το μήλο ασκεί την ίδια δύναμη στην Γη, ίση με αυτήν που δέχεται το μήλο από εκείνην, η Γη όμως έχει τεράστια μάζα και άρα τεράστια αδράνεια και επομένως η δύναμη αυτή δεν είναι ικανή να την θέσει σε κίνηση. Το συμπέρασμα είναι ότι όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν ασκούν δυνάμεις το ένα στο άλλο ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης αλλά το αποτέλεσμα της κάθε δύναμης είναι διαφορετικό σε κάθε σώμα και εξαρτάται βασικά από τη μάζα του σώματος.



Εικόνα 3.44.

Το μήλο κινείται επειδή έχει μικρή αδράνεια. Η γη παραμένει ακίνητη επειδή έχει μεγάλη αδράνεια.

4. Ασκήσεις

1. Μπορούμε να βρούμε τη συνισταμένη της δράσης και της αντίδρασης; Αιτιολογείστε.
2. Ένα ποδήλατο συγκρούεται μετωπικά με ένα αυτοκίνητο. Μεγαλύτερη δύναμη δέχεται το ποδήλατο ή το αυτοκίνητο;
3. Να δώσετε δύο παραδείγματα δράσης - αντίδρασης.
4. Η δράση είναι το αίτιο της αντίδρασης;
5. Ποια είναι η σχέση μεταξύ της δράσης και της αντίδρασης όσον αφορά τη διεύθυνση, τη φορά και το μέτρο;
6. Ένας μαγνήτης τοποθετείται κοντά σε μια σιδερένια βίδα. (Σωστό/Λάθος)
 - α) Μόνο ο μαγνήτης ασκεί δύναμη στη βίδα.
 - β) Μόνο η βίδα ασκεί δύναμη στον μαγνήτη.
 - γ) Ο μαγνήτης ασκεί δύναμη στη βίδα και η βίδα ασκεί δύναμη στον μαγνήτη.
 - δ) Οι δυνάμεις της βίδας στον μαγνήτη και του μαγνήτη στην βίδα αλληλοαναιρούνται.
7. Ένα ανθοδοχείο είναι ακίνητο πάνω στο τραπέζι και ασκεί μια δύναμη σε αυτό προς τα κάτω. Η αντίδραση αυτής της δύναμης είναι η δύναμη: (σωστό/λάθος)
 - α) από τη Γη στο ανθοδοχείο β) από το ανθοδοχείο στη Γη
 - γ) από το τραπέζι στο ανθοδοχείο δ) του βάρους του ανθοδοχείου