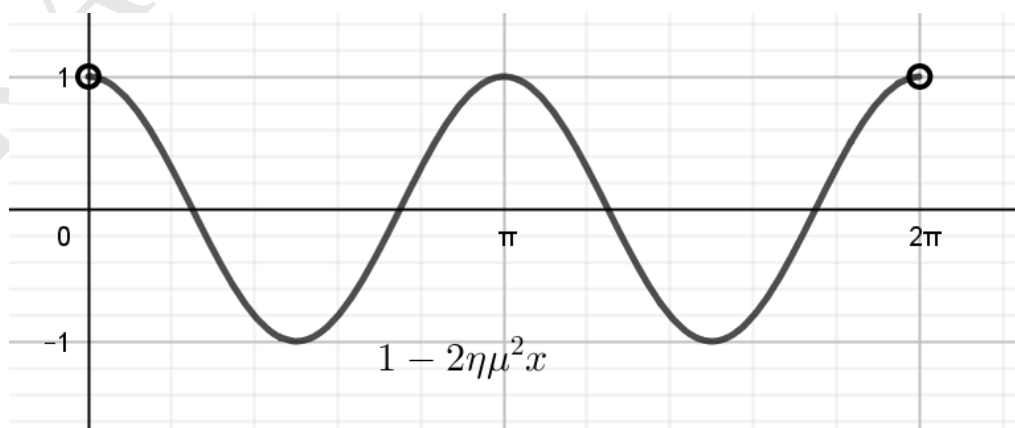


3.4 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

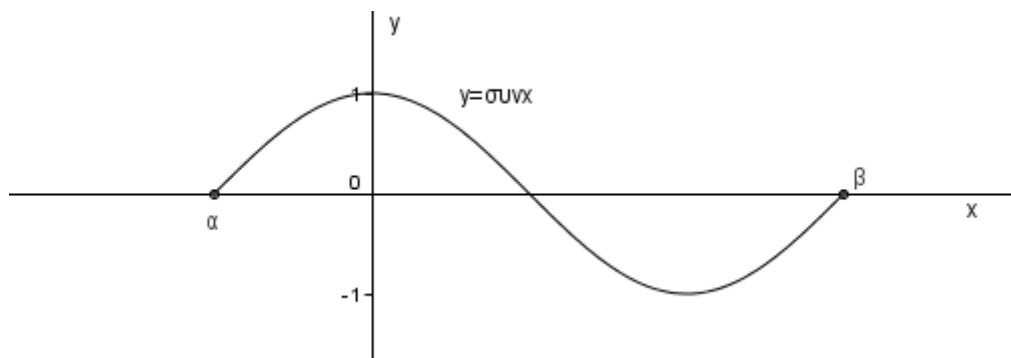
ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

Άσκηση 1: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\sigma\upsilon\nu 2x, x \in \mathbb{R}$.**α.** Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .**β.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα μιας περιόδου.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$\sigma\upsilon\nu 2x$					
$f(x) = -3\sigma\upsilon\nu 2x$					

Άσκηση 2: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu 2x, x \in \mathbb{R}$.**α.** Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης f ;**β.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.**Άσκηση 3:** Δίνεται η παράσταση $A = \sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu^2 x$.**α.** Να βρείτε την τιμή της παράστασης A για $x = 0$.**β.** Να δείξετε ότι $A = 1 - 2\eta\mu^2 x$.**γ.** Με χρήση της παρακάτω γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τύπο $1 - 2\eta\mu^2 x$ και του ερωτήματος (β), να λύσετε την εξίσωση $A = 1$, για $0 < x < 2\pi$.

Άσκηση 4: Στο σχήμα φαίνεται απόσπασμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\sin x$.



α. Να βρείτε τα α και β .

β. Προς ποια κατεύθυνση και κατά πόσο πρέπει να μετατοπιστεί η παραπάνω καμπύλη ώστε να συμπίσει με τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\eta\mu x$;

Άσκηση 5: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi + x) + \eta\mu(-x), x \in \mathbb{R}$.

α. Να αποδείξετε ότι $f(x) = -2\eta\mu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

και να βρείτε την περίοδο αυτής.

β.

i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x) = -2\eta\mu x$					

ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f για $0 \leq x \leq 2\pi$.

Άσκηση 6: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right), x \in \mathbb{R}$.

α. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β.

i. Να βρείτε την περίοδο καθώς και τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της f .

ii. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της f για $0 \leq x \leq 2\pi$.

Άσκηση 7: Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 4\eta\mu(11\pi - x), x \in \mathbb{R}$$

α. Να δείξετε ότι:

i. $\eta\mu(11\pi - x) = \eta\mu x, x \in \mathbb{R}$.

ii. $f(x) = 4\eta\mu x, x \in \mathbb{R}$.

β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 4\eta\mu x$, όταν $x \in [0, 2\pi]$.

Άσκηση 8: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a\sin(\frac{\pi}{2} - 2x) - 2\eta\mu(\pi + 2x)$ με $a > 0$, η οποία έχει μέγιστη τιμή το 4.

α. Να δείξετε ότι $f(x) = (a + 2)\eta\mu 2x$.

β.

i. Να δείξετε ότι $a = 2$.

ii. Να βρείτε την περίοδο της f .

γ. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα μιας περιόδου.

δ. Αν $g(x) = 5 - \sin^2 2x$, να βρείτε, αν υπάρχουν, τα κοινά σημεία της C_f με την C_g , όπου C_f, C_g οι γραφικές παραστάσεις των f, g αντίστοιχα.

Άσκηση 9: Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2} \cdot \sin x, x \in R$.

α.

i. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης.

ii. Να βρείτε την μέγιστη και ελάχιστη τιμή της.

β. Να υπολογίσετε τον αριθμό $f(2025\pi)$.

Άσκηση 10: Έστω η συνάρτηση $f(x) = \gamma + 2\alpha\eta\mu\beta x, \alpha, \beta > 0$.

Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή των αξόνων, η συνάρτηση f έχει περίοδο $T=3$ και ελάχιστη τιμή $3-\alpha$, να βρείτε τα α, β, γ .

Άσκηση 11: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (\alpha - 1)\sin\beta x, \alpha < 1$ και $\beta > 0$, η οποία έχει ελάχιστη τιμή το -3 και περίοδο $T = \frac{\pi}{3}$. Να βρείτε τις τιμές των α και β .