

3.2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

Άσκηση 1: Να δείξετε ότι:

$$\alpha. \frac{1-\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1+\eta\mu\alpha}$$

$$\beta. \frac{\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x-1}{\eta\mu x+\sigma\upsilon\nu x} = \frac{\sigma\upsilon\nu x-\eta\mu x}{\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x+1}$$

$$\gamma. (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 = 1 + 2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x$$

$$\delta. \frac{\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\beta}{\eta\mu^2\alpha - \eta\mu^2\beta} = -1$$

Άσκηση 2: Αν $A = \eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha\eta\mu\beta$ και $B = \sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$ να δείξετε ότι $A^2 + B^2 = 1$.**Άσκηση 3:** Αν $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$, να αποδείξετε ότι $\frac{\sqrt{1-\sigma\upsilon\nu x} - \sqrt{1+\sigma\upsilon\nu x}}{\sqrt{1-\sigma\upsilon\nu x} + \sqrt{1+\sigma\upsilon\nu x}} = \frac{\eta\mu x - 1}{\sigma\upsilon\nu x}$ **Άσκηση 4:** Αν $3\eta\mu x + 5\sigma\upsilon\nu x = 5$, να αποδείξετε ότι $|3\sigma\upsilon\nu x - 5\eta\mu x| = 3$.**Άσκηση 5:** Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x\eta\mu\alpha + 1 - \sigma\upsilon\nu\alpha = 0$ (1), με $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ **α.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.**β.** Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1), να βρείτε το $\eta\mu\alpha$, ώστε $x_1^2 + x_2^2 = 2$.**Άσκηση 6:** Δίνεται γωνία ω , με $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ για την οποία ισχύει $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$.**α.** Να δείξετε ότι $\eta\mu\omega = -\frac{3}{5}$.**β.** Να υπολογίστε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega}{1 + \varepsilon\varphi\omega}$.**Άσκηση 7:** Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\sigma\upsilon\nu\hat{A} = -\frac{3}{5}$.**α.** Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο.**β.** Να βρείτε το $\eta\mu\hat{A}$.**Άσκηση 8: α.** Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία θ ώστε $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{2}$.**β.** Έστω θ μια γωνία με $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ για την οποία ισχύει $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{2}$. Να βρείτε το $\eta\mu\theta$.