

2.2 ΔΙΑΤΑΞΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

Άσκηση 1: Αν $\alpha > -1$ και $\beta < 2$, να δείξετε ότι:

$$\alpha. (\alpha + 1)(\beta - 2) < 0 \quad \beta. \alpha\beta - 2 < 2\alpha - \beta$$

Άσκηση 2: α. Αν $\alpha \leq 2 \leq \beta$, να δείξετε ότι:

- i. $(\alpha - 2)(\beta - 2) \leq 0$
- ii. $\alpha\beta + 4 \leq 2\alpha + 2\beta$

β. Αν $2 < x < 3$, να δείξετε ότι : $x^2 - 5x + 6 < 0$.**Άσκηση 3:** Να βρείτε τους αριθμούς x, y για τους οποίους:

$$\alpha. 4x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\beta. x^2 + y^2 - 10x + 4y = -29$$

$$\gamma. 2x^2 + 1 + 2xy - 2x + y^2 = 0$$

$$\delta. x^2 + 2y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$$

Άσκηση 4: α. Να αποδείξετε ότι για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει:

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10$$

β. Να βρείτε τους αριθμούς x, y ώστε: $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$.**Άσκηση 5:** Δίνονται οι παραστάσεις: $K = 2\alpha^2 + \beta^2$ και $L = 2\alpha\beta$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.**α.** Να δείξετε ότι $K \geq L$, για κάθε τιμή των α, β .**β.** Για ποιες τιμές των α, β ισχύει η ισότητα $K = L$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.**Άσκηση 6:** Δίνονται οι παραστάσεις $K = 2\alpha^2 + \beta^2 + 9$ και $L = 2\alpha(3 - \beta)$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.**α.** Να δείξετε ότι: $K - L = (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) + (\alpha^2 - 6\alpha + 9)$ **β.** Να δείξετε ότι $K \geq L$, για κάθε τιμή των α, β .**γ.** Για ποιες τιμές των α, β ισχύει η ισότητα $K = L$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.