

1^η ΕΡΓΑΣΙΑ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο – ΟΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο – ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ: 14/02/2025 – 07/03/2025

Άσκηση 1: Το πάτωμα του εργαστηρίου της πληροφορικής ενός σχολείου είναι σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις $x + 1$ μέτρα και x μέτρα.

α) Να γράψετε με τη βοήθεια του x την περίμετρο και το εμβαδόν του πατώματος.

β) Αν το εμβαδόν του πατώματος του εργαστηρίου είναι 90 τετραγωνικά μέτρα, να βρείτε τις διαστάσεις του.

Άσκηση 2: α. Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $-2x^2 + 10x = 12$.

β. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{-2x^2+10x-12}{x-2} = 0$.

Άσκηση 3: Δίνεται η παράσταση: $K = \frac{x^2-4x+4}{2x^2-3x-2}$.

α. Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $2x^2 - 3x - 2$.

β. Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση K ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ. Να απλοποιήσετε την παράσταση K .

Άσκηση 4: Δίνεται το τριώνυμο $3x^2 + 6x - 12$ (1). Αν x_1, x_2 είναι ρίζες του τριωνύμου (1),

α. Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων $x_1 + x_2$ και x_1x_2 .

β. Να βρείτε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς $4x_1, 4x_2$.

Άσκηση 5: Δίνονται οι αριθμοί: $A = \frac{1}{3-\sqrt{7}}, B = \frac{1}{3+\sqrt{7}}$.

α. Να δείξετε ότι: $A + B = 3$ και $A \cdot B = \frac{1}{2}$

β. Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς A, B .

Άσκηση 6: α) Να λύσετε την εξίσωση $|x - 2| = 3$.

β) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες, τις ρίζες της εξίσωσης του α) ερωτήματος.

Άσκηση 7: α. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - x - 6 = 0$ (1).

β. Να λύσετε την ανίσωση: $|x - 1| < 2$ (2).

γ. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του x που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις (1) και (2).

Άσκηση 8: α. Να λύσετε την εξίσωση $|2x - 1| = 3$.

β. Αν α, β με $\alpha < \beta$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης του ερωτήματος (α), τότε να λύσετε την εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + 3 = 0$.

Άσκηση 9: Δίνεται η αλγεβρική παράσταση $K = \frac{\alpha(\alpha^2 - 2\alpha + 1)}{\alpha^3 - \alpha^2}$, $\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$.

α. Να δείξετε ότι $K = \frac{\alpha - 1}{2}$.

β. Για κάθε $\alpha \neq 0$ και $\alpha \neq 1$,

i. Να δείξετε ότι $K \neq 0$.

ii. Να βρείτε την τιμή του α για την οποία ισχύει η ισότητα $K(K - 2) = 0$.

Άσκηση 10: Αν α, β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν:

$$\alpha + \beta = 2 \text{ και } \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = -30$$

α. Να αποδείξετε ότι: $\alpha \cdot \beta = -15$.

β. Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α, β και να τους βρείτε.

Άσκηση 11: Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν:

$$\alpha \cdot \beta = 4 \text{ και } \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 20$$

α. Να αποδείξετε ότι: $\alpha + \beta = 5$.

β. Να κατασκευάσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α, β και να τους βρείτε.

Άσκηση 12: α. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση

$$P = \frac{2x^2-1}{x^2-x} + \frac{1}{1-x}$$

β. Για τις τιμές του x που βρήκατε στο α) ερώτημα, να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2x^2-1}{x^2-x} + \frac{1}{1-x} = 0.$$

Άσκηση 13: Δίνονται οι αριθμοί: $A = \frac{1}{5+\sqrt{5}}, B = \frac{1}{5-\sqrt{5}}$.

α. Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i) } A + B = \frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } A \cdot B = \frac{1}{20}$$

β. Να κατασκευάσετε μία εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς A και B .

Άσκηση 14: Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda - 1)x + 6 = 0, (1)$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. Αν η παραπάνω εξίσωση έχει λύση το 1, να βρείτε το λ .

β. Για $\lambda = 2$ να λύσετε την εξίσωση (1).

Άσκηση 15: Δίνονται δύο πραγματικοί αριθμοί α, β τέτοιοι, ώστε:

$$\alpha + \beta = 12 \text{ και } \alpha^2 + \beta^2 = 272.$$

α. Με τη βοήθεια της ταυτότητας $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$, να δείξετε ότι:

$$\alpha \cdot \beta = -64.$$

β. Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς α, β .

γ. Να προσδιορίσετε τους αριθμούς α και β .

Άσκηση 16: Θεωρούμε τους πραγματικούς αριθμούς λ , για τους οποίους ισχύει $d(2\lambda, 11) < 1$ και την εξίσωση $x^2 - 2x + \lambda = 5$ (1).

α. Να δείξετε ότι η (1) έχει δύο ρίζες άνισες και ομόσημες.

β. Να δείξετε ότι η εξίσωση $x^2 - 2|x| + \lambda = 5$ (2) έχει τέσσερις διαφορετικές ανά δύο πραγματικές ρίζες.

γ. Να βρείτε το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης (2).