

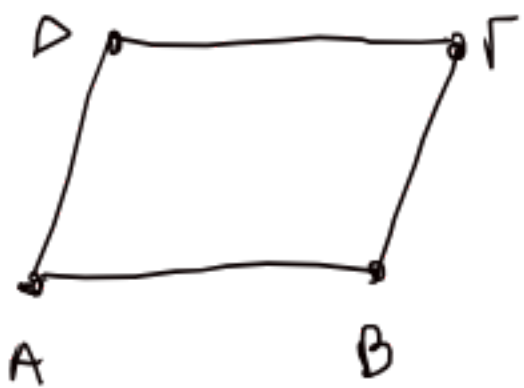
Θεωρία Β' Λυκείου Γεωμετρία

1^ο Παράλληλογράμμο

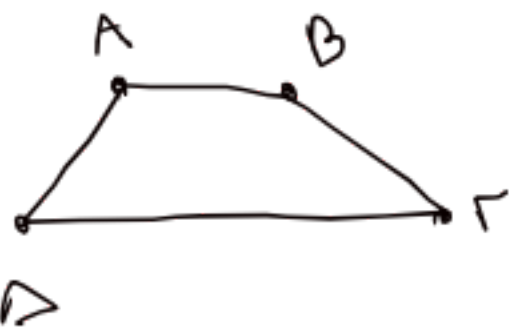
Ορισμός

Παράλληλογράμμο είναι ένα τετράπλευρο το οποίο έχει τις απέναντι πλευρές παράλληλες.

π.χ.



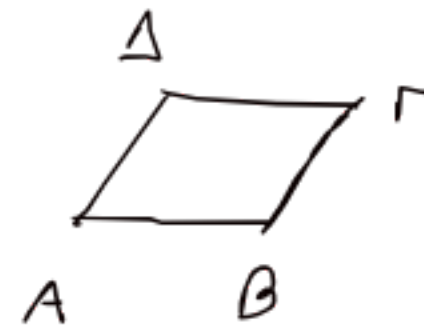
Αν $AB \parallel \Delta\Gamma$ και $AD \parallel BG$
Τότε το $AB\Gamma\Delta$ παράλληλογράμμο



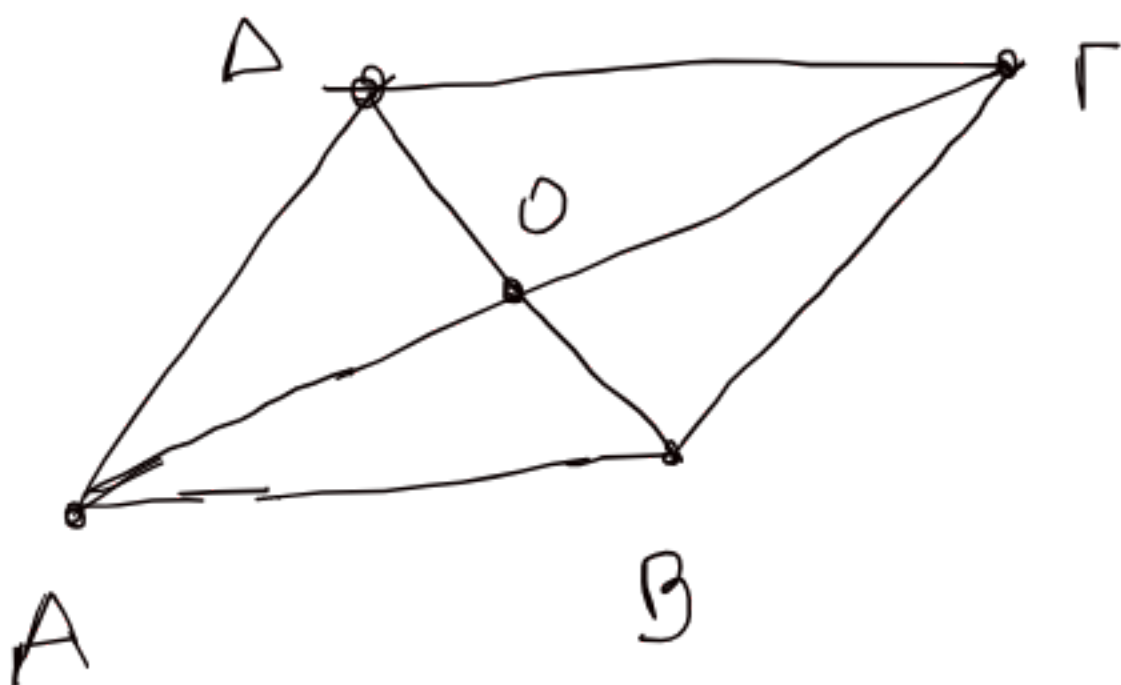
Αυτό δεν είναι παράλληλογράμμο
αφού AD όχι παράλληλη στην $B\Gamma$.

Ιδιότητες

Σε κάθε παράλληλογράμμο ισχύουν



- i) Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες, $AD = B\Gamma$, $AB = \Delta\Gamma$.
- ii) Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες $\hat{A} = \hat{\Gamma}$, $\hat{B} = \hat{\Delta}$.
- iii) Οι διαγώνιοι του διχοτομούνται

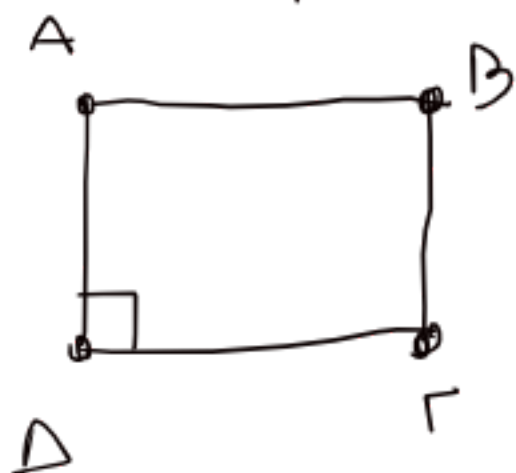


δηλαδή $AO = O\Gamma$

και $BO = O\Delta$

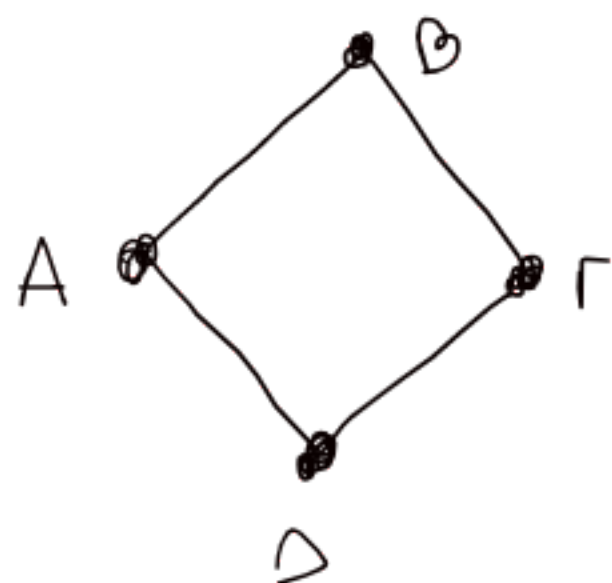
Ορισμός

1^{ου}) Ορθογώνιο Ορθογώνιο λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει μια γωνία ορθή.



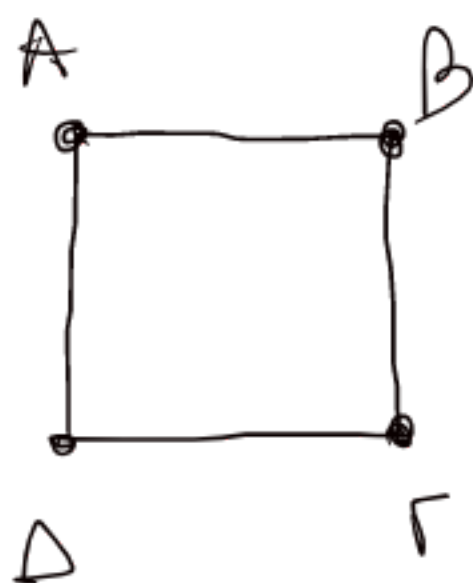
$$\angle \Delta = 90^\circ$$

2^{ου}) Ρόμβος Ρόμβος λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες



$$AB = B\Gamma$$

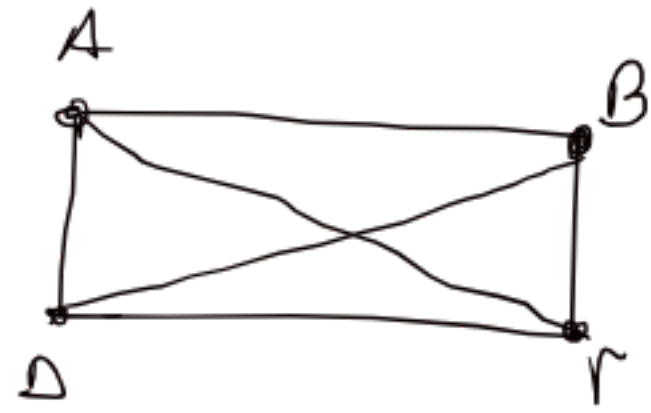
3^{ου}) Τετράγωνο Τετράγωνο λέγεται το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος



Ιδιότητες

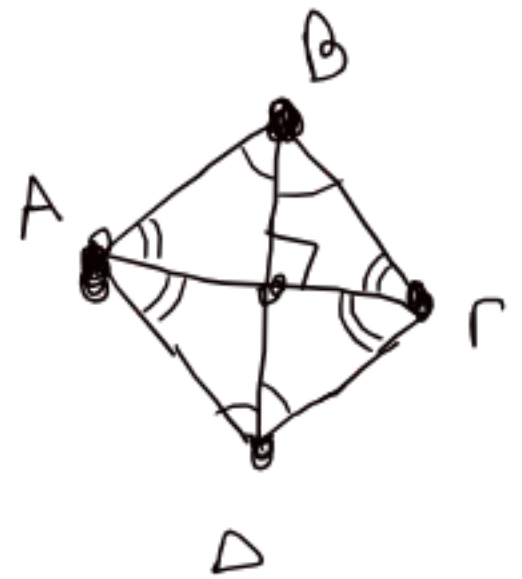
1^ο Ορθόγωνιο

- Όλες οι γωνίες είναι ορθές
- Οι διαγώνιες του είναι ίσες. $ΑΓ = ΒΔ$



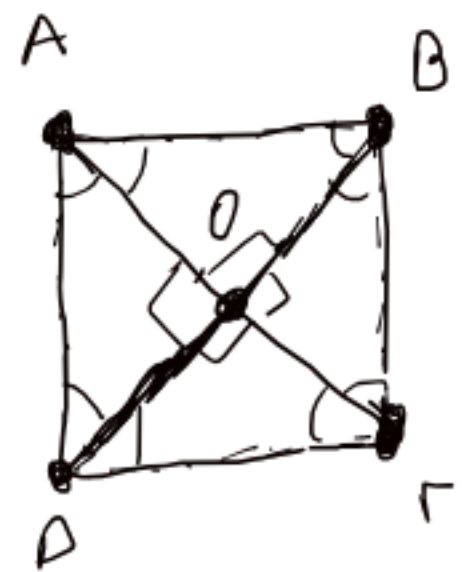
2^ο Ρόμβος

- Οι διαγώνιες του ρόμβου τέμνονται κάθετα.
- Οι διαγώνιες του ρόμβου διχοτομούν τις γωνίες του.



3^ο Τετράγωνο

- Οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες
- Όλες οι πλευρές του είναι ίσες
- Όλες οι γωνίες του είναι ίσες
- Οι διαγώνιοι του είναι ίσες, τέμνονται κάθετα, διχοτομούνται και διχοτομούν τις γωνίες του.



Κριτήρια

1^ο Ορθογώνιο

- Είναι παραλληλόγραμμο και έχει μια ορθή γωνία.
- Είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιοι του είναι ίσες
- Έχει τρεις γωνίες ορθές
- Όλες οι γωνίες του είναι ίσες.

2^ο Ρόμβος

- Έχει όλες τις πλευρές του ίσες
- Είναι παραλληλόγραμμο και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες
- Είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα.
- Είναι παραλληλόγραμμο και μια διαγώνιος διχοτομεί μια γωνία του

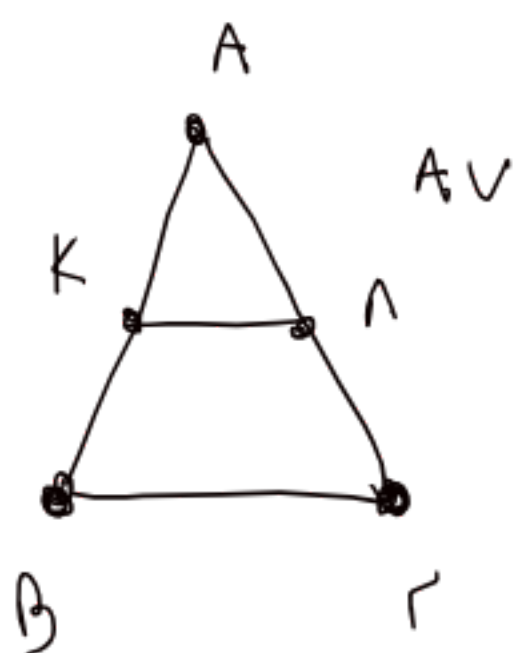
3^ο Τετράγωνο

- Μια γωνία ορθή και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- Μια γωνία ορθή και μια διαγώνιος του διχοτομεί μια γωνία του
- Μια γωνία ορθή και οι διαγώνιοι του κάθετες
- Οι διαγώνιοι του είναι ίσες και δύο διαδοχικές πλευρές ίσες
- Οι διαγώνιοι του είναι ίσες και η μια διχοτομεί μια γωνία του
- Οι διαγώνιοι του ίσες και κάθετες

Εφαρμογές στα τρίγωνα

Θεώρημα 1

Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών είναι παράλληλο προς την τρίτη και ίσο με το μισό της.



K μέσο, $AK = BK$

L μέσο, $AL = CL$

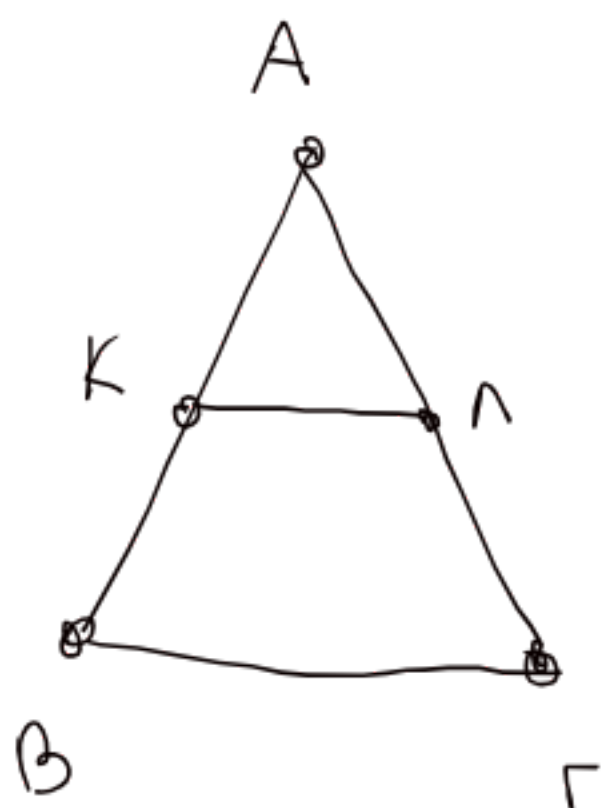
Τότε

$KL \parallel B\Gamma$

και $KL = \frac{B\Gamma}{2}$

Θεώρημα 2

Αν από το μέσο μιας πλευράς φέρουμε ευθεία παράλληλη στην τρίτη πλευρά τότε η ευθεία αυτή διέρχεται από το μέσο της τρίτης πλευράς.



K μέσο, $AK = BK$

$KL \parallel B\Gamma$

Τότε

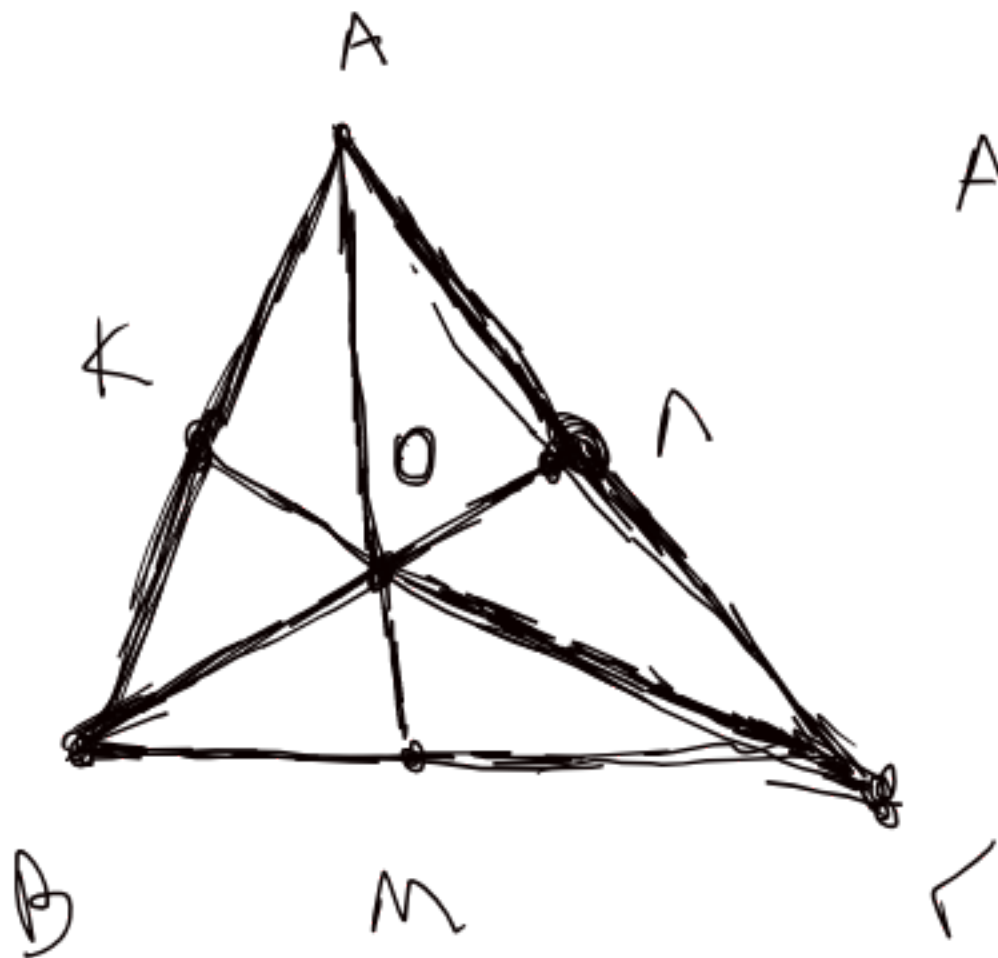
$AL = CL$

Βαρύκεντρο - Κέντρο Βάρους

Θεώρημα

Οι διάμεσοι ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο του οποίου η απόσταση από κάθε κορυφή είναι $\frac{2}{3}$ του μήκους της

Το σημείο αυτό ορίζεται ως βαρύκεντρο.



Αν K, L, M μέσα δηλαδή

$$AK=BK, AL=CL, ΓM=BM$$

Τότε

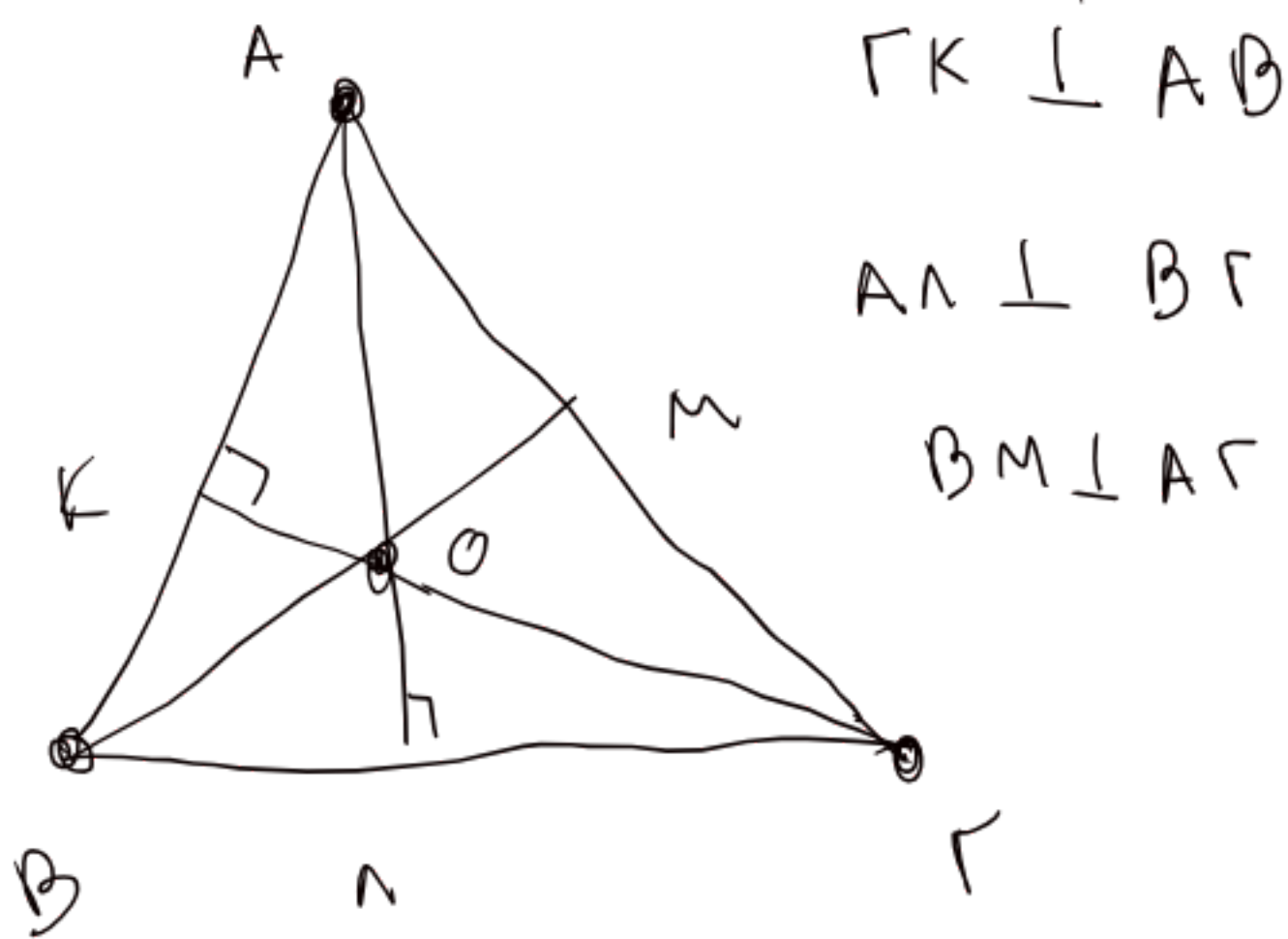
Αυτές τέμνονται στο O και επίσης

$$AO = \frac{2}{3} AM, \quad ΓO = \frac{2}{3} ΓK, \quad BO = \frac{2}{3} BL$$

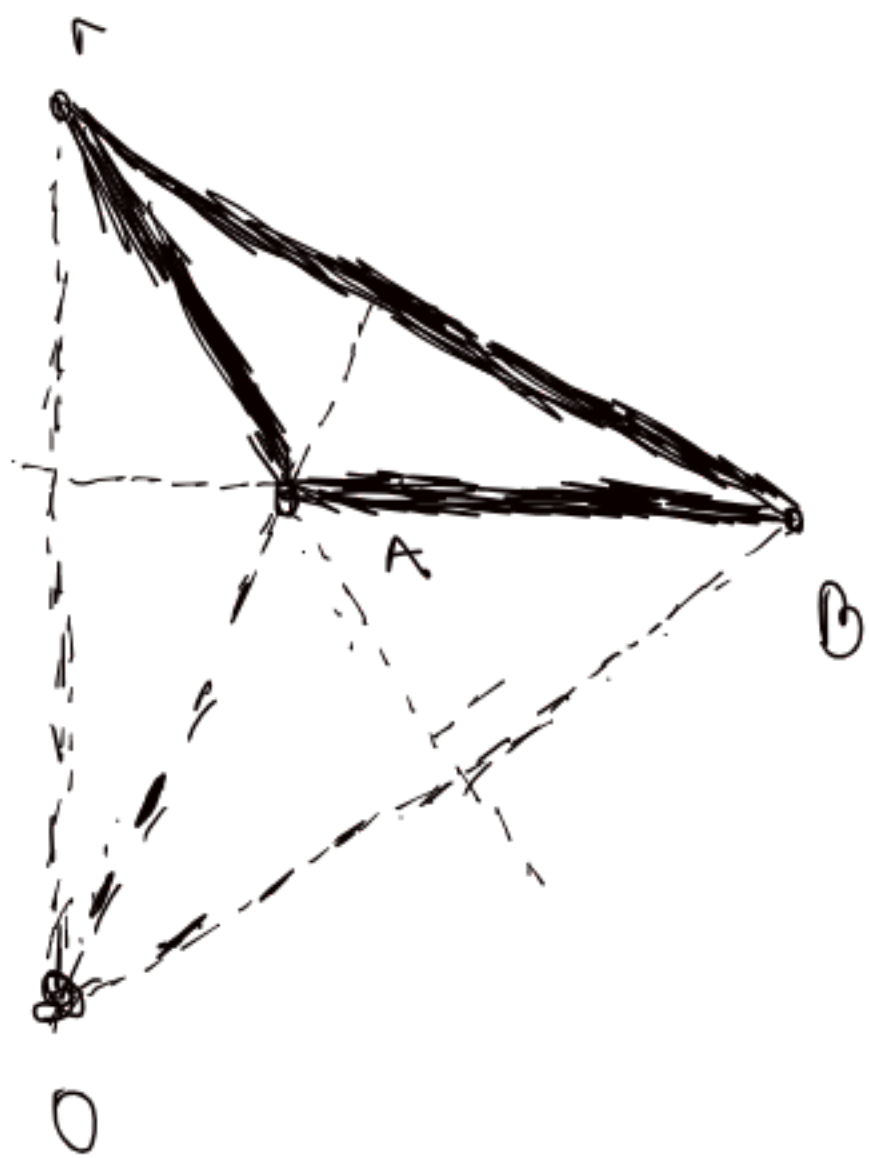
Ορθόκεντρο

Θεώρημα

Οι φορείς των υψών ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο. Το σημείο κομής λέγεται ορθόκεντρο.



Σημείωση



Σε ομβρογώνιο το
ορθόκεντρο είναι έξω
από το τρίγωνο.