

Συστήματα

Υποθυμίζω από το Γυμνάσιο

Μια εξίσωση της μορφής $y = ax + b$ όπου $a, b \in \mathbb{R}$ παριστάνει μια ευθεία. Για να σχεδιάσουμε αυτήν την ευθεία κάνουμε το εξής:

π.χ

$$y = 2x + 3$$

Βήμα 1^ο

x	
-1	

Βάζουμε δύο τιμές στο x
οποίες εύκολα έχουμε

Βήμα 2^ο

x	y	Δ
-1	1	5

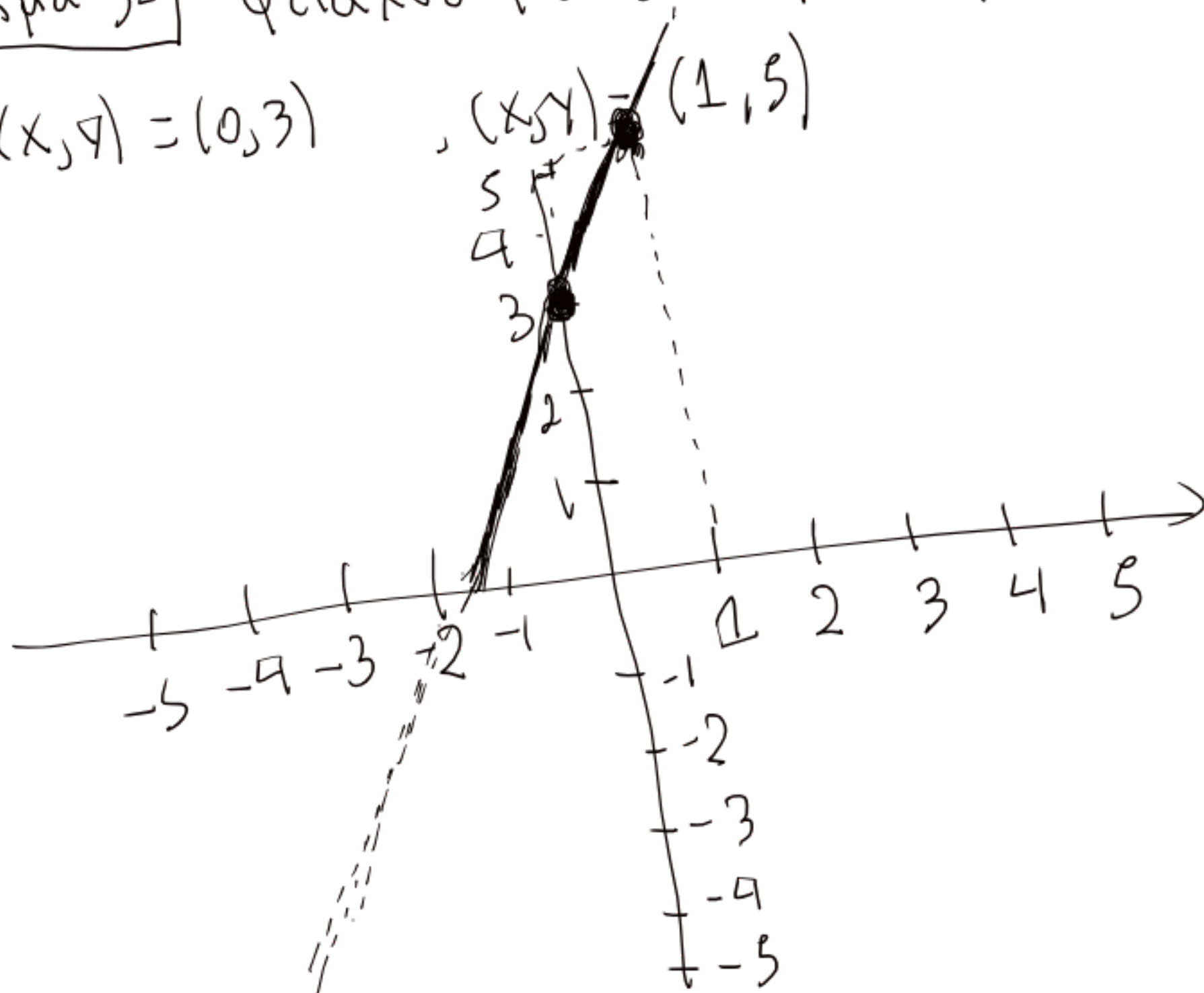
Βρίσκουμε τα y βάσει των τιμών

που βάλουμε. Για $x=0$, $y=2 \cdot 0 + 3 \Rightarrow y=3$, για $x=1$, $y=2 \cdot 1 + 3 \Rightarrow y=5$

Βήμα 3^ο | Φτιάχνουμε τα σημεία με βάση το ην ακάκι

$$(x, y) = (0, 3)$$

$$(x, y) = (1, 5)$$



Γεωμετρική Επίλυση Σύστηματος

$$a_1x + b_1y = \gamma_1$$

$$a_2x + b_2y = \gamma_2$$

n.x

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

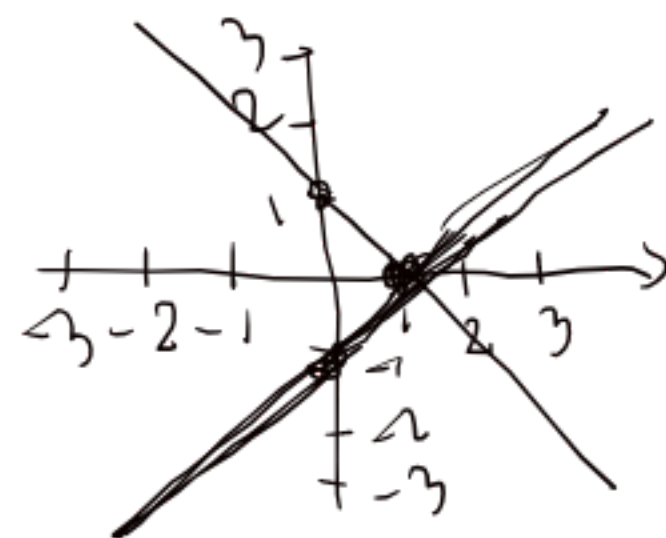
Βήμα 1^ο Πάιρνουμε την πάνω εξίσωση $x + y = 1$
Βήμα 2^ο Φτιάχνουμε πίνακα βάζοντας δύο τιμές στο x

x	0	1
y	1	0

↓
(0, 1) (1, 0)

για $x=0$ $0 + y = 1 \Rightarrow y = 1$

για $x=1$ $1 + y = 0 \Rightarrow y = -1$



Βήμα 3^ο Σχεδιάζουμε τα δύο σημεία

Βήμα 4^ο Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για την κάτω

εξίσωση $x - y = 1$

x	0	1
y	-1	0

και σχεδιάζουμε στο ίδιο σύστημα συνεκφάνων.

Βήμα 5^ο Εκεί που συναντιούνται είναι η λύση του συστήματος το (1, 0)

Αλγεβρική Επίλυση

$$2x + 2y = 9$$

$$3x + 4y = 5$$

Βήμα 1^ο Πολλίμε την πάνω με τον συντελεστή του x της κάτω άρα και την κάτω με τον συντελεστή του x της πάνω

Βήμα 2^ο Αφαιρούμε κατά μέλη και βρίσκουμε το y

Βήμα 3^ο Αντικαθιστούμε το y και βρίσκουμε το x

$$2x + 2y = 9 \xrightarrow{\cdot 3} 6x + 6y = 12$$

$$3x + 4y = 5 \xrightarrow{\cdot 2} 6x + 8y = 10$$

$$-2y = 2 \Rightarrow y = -1$$

$$2x - 2 = 9 \Rightarrow 2x = 11 \Rightarrow x = 5.5$$

Λύση (5.5, -1).

Άσκηση 1

Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

Λύση

$$\begin{cases} 2x - y = 1 & \cdot 3 \Rightarrow 6x - 3y = 3 \\ 3x + y = 4 & \cdot 2 \Rightarrow 6x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$6x - 3y = 3$$

$$\ominus 6x + 2y = 8$$

$$-5y = -5 \Rightarrow y = 1$$

Αντικαθιστούμε στην 1

$$2x - 1 = 1 \Rightarrow 2x = 1 + 1 = 2$$

$$x = 1$$

Άσκηση 2

Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$x - y = 1$$

$$\ominus x + y = -1$$

$$-2y = 2 \Rightarrow y = -1 \quad x = 0 \quad (0, -1)$$

Άσκηση 3

Ένα βιβλιοπωλείο πουλάει δύο τετράδια και ένα στυλό $1,5 \text{ €}$ και δύο τετράδια και τρία στυλά $3,5 \text{ €}$.
Πόσο έχει $\perp$ στυλό και πόσο έχει $\perp$ τετράδιο

Λύση

Αν ένα τετράδιο έχει $x \text{ €}$ και ένα στυλό $y \text{ €}$ τότε

$$2x + y = 1,5$$

$$2x + 1 = 1,5 \Rightarrow 2x = 0,5$$

$$\ominus \underline{2x + 3y = 3,5}$$

$$x = 0,25$$

$$-2y = -2 \Rightarrow y = 1$$

Άρα έχει 1 € το τετράδιο, $0,25 \text{ €}$ το στυλό

Η γενική μεθοδολογία είναι έστω $x \in \mathbb{R}$ ότι
κοστίζει το ένα προϊόν και $y \in \mathbb{R}$ το 2^ο προϊόν.

Από τα δεδομένα φτιάχνουμε ένα σύστημα σε
αυτή τη μορφή
 $a_1x + a_2y = b_1$ και το λύουμε. Πρέπει $x \geq 0, y \geq 0$.
 $a_1x + a_2y = b_2$