

Γραφική Παράσταση

Γράφημα μιας συνάρτησης ονομάζουμε το σύνολο των σημείων (x, y) έτσι ώστε $y = f(x)$.

Παραδείγματα

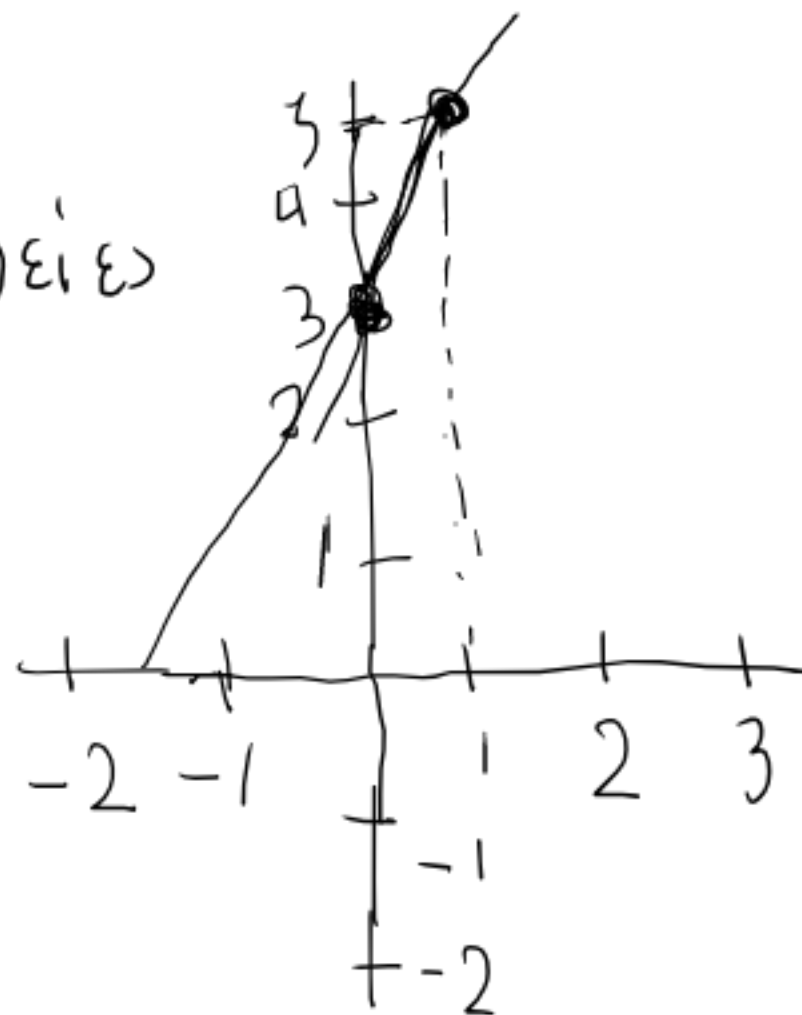
1) $y = \alpha \cdot x + \beta$

Ευθεία

π.χ.

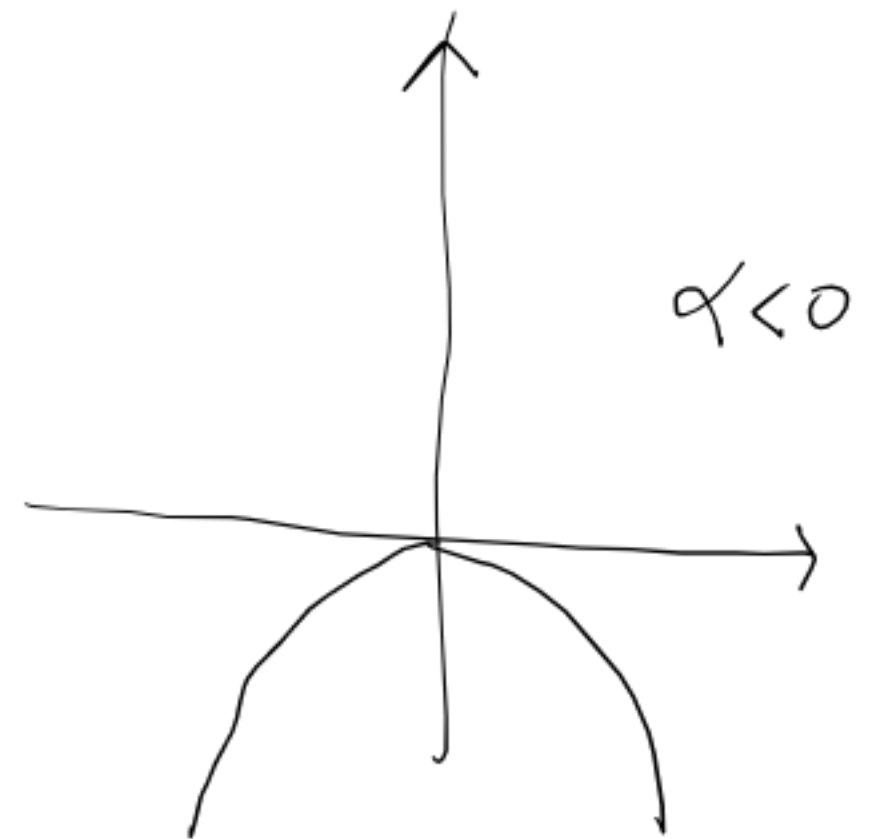
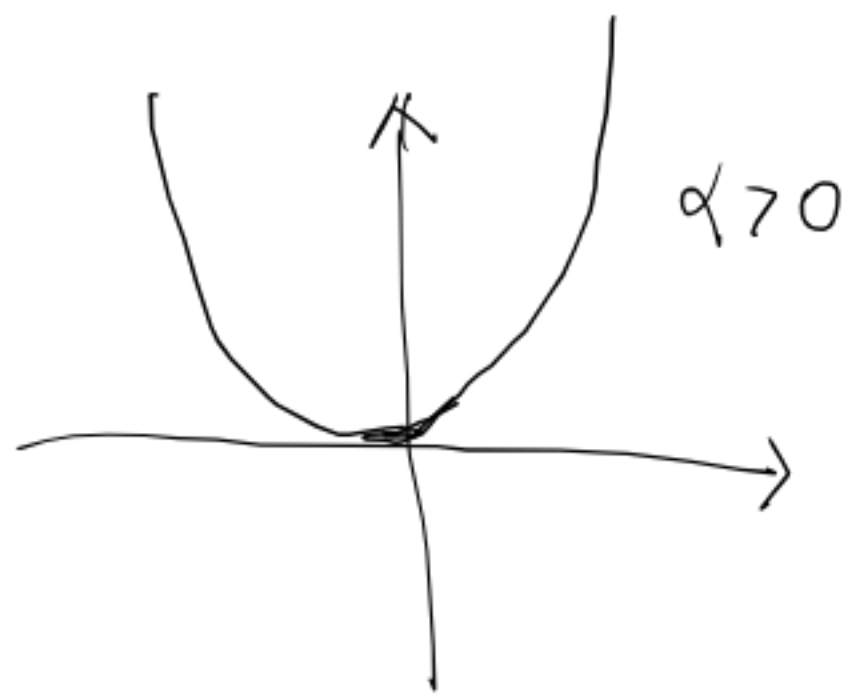
$y = 2 \cdot x + 3$

x	0	1
y	3	5
	↓	↓
	(0, 3)	(1, 5)



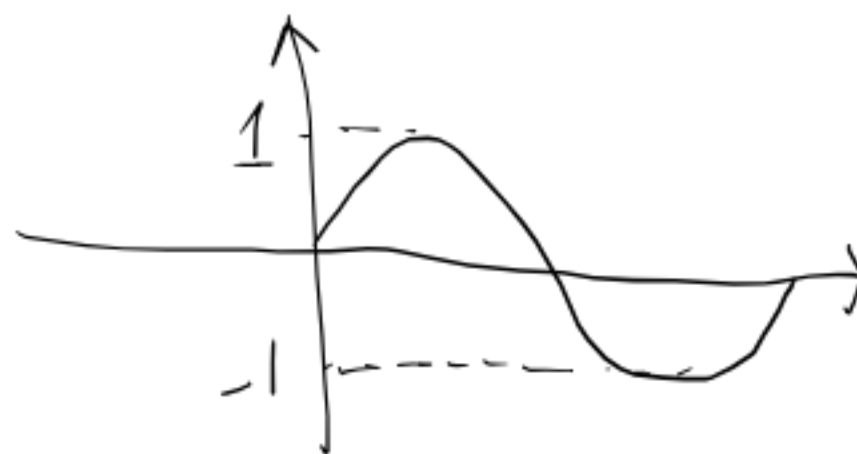
2) Παραβολή

$y = \alpha x^2$



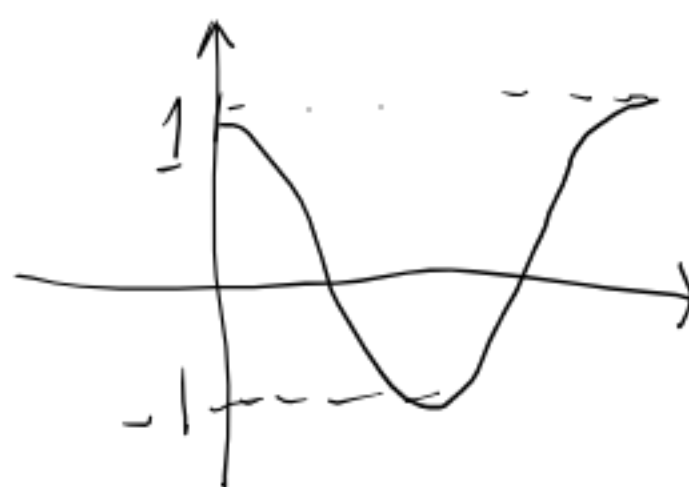
3) Ημίτονο

$y = \eta \mu x$



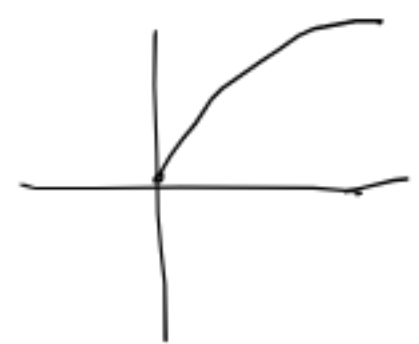
4) Συνημίτονο

$y = \sigma \upsilon \nu x$



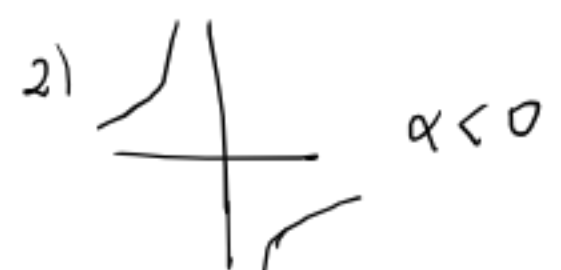
5) Ρίζα

$y = \delta x$

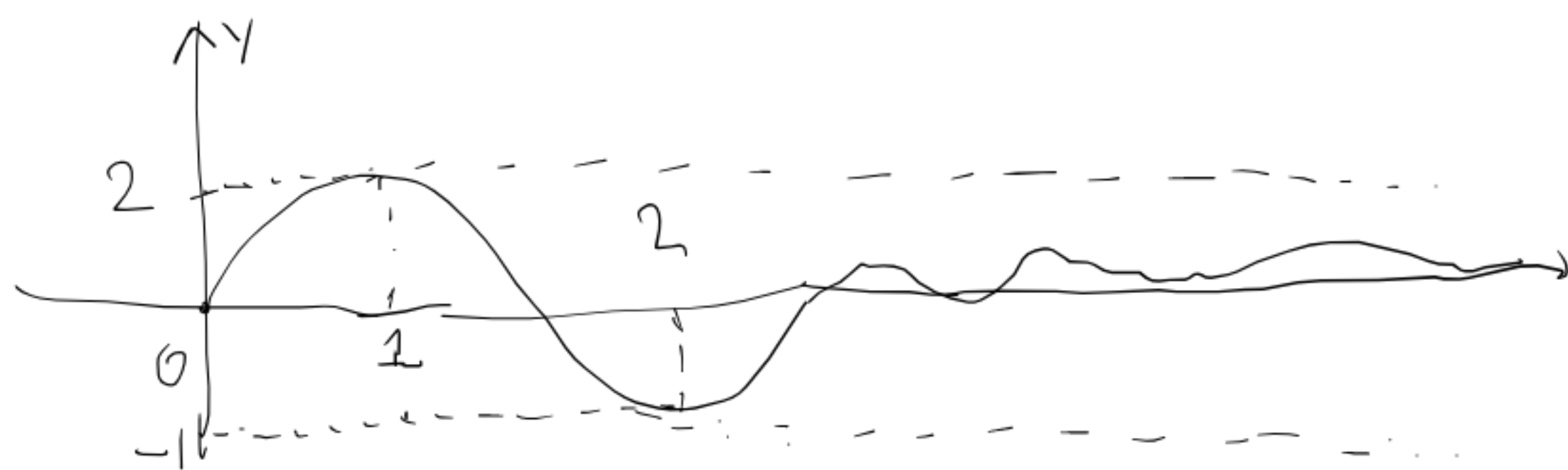


6) Γνηθμογή

$y = \frac{\alpha}{x}$



Άσκηση



Για $x=1$ το $y=2$ αυτό σημαίνει $f(1)=2$

Για $x=2$ το $y=-1$ αυτό σημαίνει $f(2)=-1$

Δηλαδή από τη γραφική μπορούμε να βρούμε τις τιμές.

Μονοτονία

- f αύξουσα σε ένα διάστημα Δ αν για οποιοδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Γραφικά αυτό σημαίνει ότι η f ανεβαίνει. Παραπάνω ως πούμε στο διάστημα $(0,1)$ η f είναι αύξουσα.

- f φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ αν για οποιοδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Γραφικά αυτό σημαίνει ότι η f κατεβαίνει. Παραπάνω ως πούμε στο διάστημα $(1,2)$ η f είναι φθίνουσα.

- Η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο x_0 όταν $f(x) \leq f(x_0), \forall x$ (π.χ. στο προηγούμενο $f(x) \leq 2$)
- Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο x_0 όταν $f(x) \geq f(x_0), \forall x$ (π.χ. στο προηγούμενο $f(x) \geq -1$).
- Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 όταν $f(x) \leq f(x_0)$ κοντά στο x_0 .
- Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο x_0 όταν $f(x) \geq f(x_0)$ κοντά στο x_0 .
- Η f ονομάζεται άρτια όταν για κάθε $x \in A, -x \in A$ και $f(x) = f(-x)$
- Η f ονομάζεται περιττή όταν για κάθε $x \in A, -x \in A$ και $f(-x) = -f(x)$

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - \alpha$ διέρχεται από το σημείο $A(-1, 0)$, να βρείτε το α .

Λύση

$$f(-1) = 0 \quad \text{άρα} \quad (-1)^2 - \alpha = 0 \Rightarrow 1 - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 1.$$

Άσκηση 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 - 7x^2 - 3x + \beta - 1$.
Να βρείτε τα α, β ώστε τα σημεία $A(0, 1)$ και $B(-1, 7)$ να ανήκουν στην καμπύλη της f .

Λύση

$$f(0) = 1 \Rightarrow \alpha \cdot 0^3 - 7 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + \beta - 1 = 1 \Rightarrow \beta - 1 = 1 \Rightarrow \beta = 2$$

$$\text{άρα} \quad f(x) = \alpha x^3 - 7x^2 - 3x + 1$$

$$f(-1) = 7 \Rightarrow \alpha \cdot (-1)^3 - 7 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 1 = 7 \Rightarrow -\alpha - 7 + 3 + 1 = 7$$

$$\Rightarrow -\alpha - 7 + 4 = 7 \Rightarrow -\alpha - 3 = 7 \Rightarrow -\alpha = 10 \Rightarrow \alpha = -10.$$

Άσκηση 3

Έστω $f(x) = \alpha \cdot x^2 - 5\alpha + 1$ που διέρχεται από το $A(3, 5)$

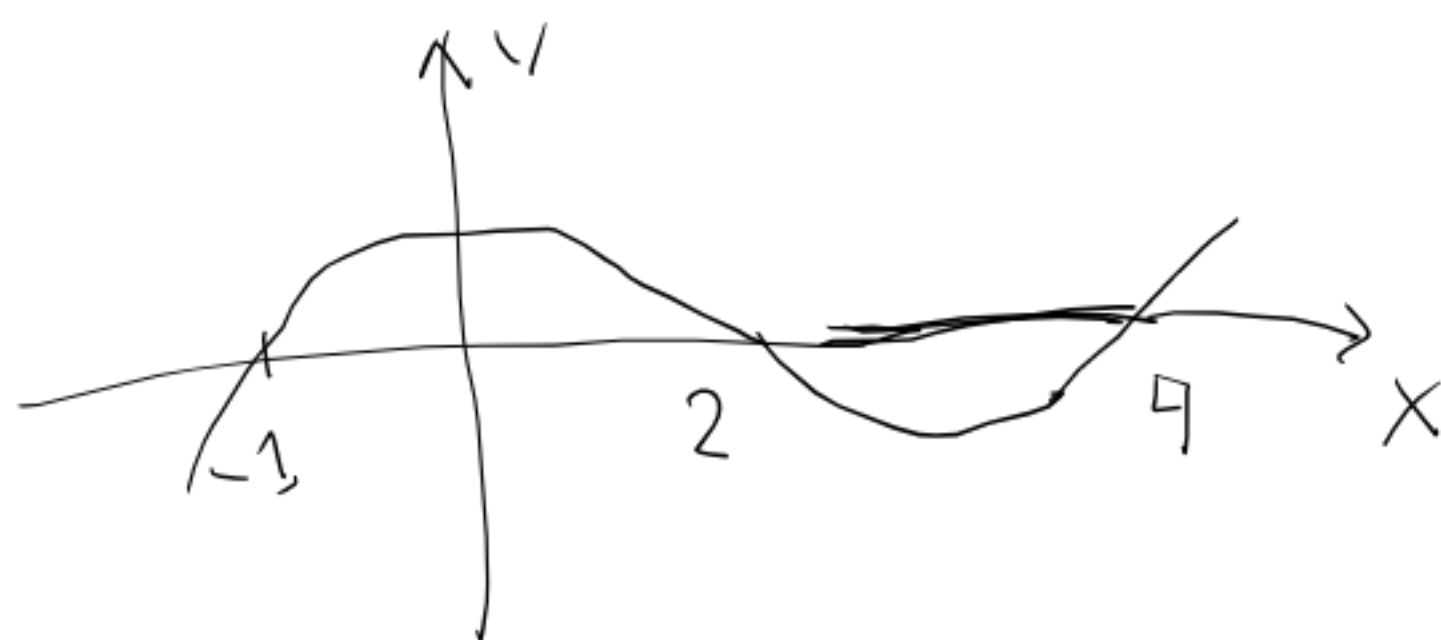
α) βρείτε το α , β) βρείτε τα σημεία τομής με τους άξονες

Λύση

$$\alpha) f(3) = 5 \Rightarrow \alpha \cdot 9 - 5\alpha + 1 = 5 \Rightarrow 4\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 1.$$

$$\beta) \text{ Για τον } y\text{-άξονα: } f(0) = 1 \text{ σημείο } B(0, 1). \text{ Για τον } x\text{-άξονα: } f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \\ x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2.$$

Άσκηση 4



Να κάνετε τον πίνακα προσημίων της f

Λύση

- Για $x < -1$ το $y < 0$ κάτω από τον άξονα άρα $f(x) < 0$
- Για $-1 < x < 2$ το $y > 0$ πάνω από τον άξονα άρα $f(x) > 0$
- Για $2 < x < 4$ $y < 0$ άρα $f(x) < 0$
- Για $x > 4$ $f(x) > 0$

x	-1	2	4	
$f(x)$	-	+	-	+

Άσκηση 5

Σχεδιάστε την

$$f(x) = \begin{cases} \ln x, & 0 < x \leq \pi \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$$

Λύση

