

Πεδίο Ορισμού

Όπως είπαμε πριν μια συνάρτηση είναι μια αντιστοιχία όπου κάθε στοιχείο x από ένα σύνολο A αντιστοιχεί σε ένα και μόνο στοιχείο $y = f(x)$ ενός συνόλου B .

Το A το λέμε πεδίο ορισμού της f .

Το x λέγεται ανεξάρτητη μεταβλητή

Το $y = f(x)$ λέγεται εξαρτημένη μεταβλητή.
ή τιμή της f στο x .

Το A είναι συνήθως κάποιο υποσύνολο των πραγματικών αριθμών, αν δεν μας λέει τίποτα είναι το ευρύτερο υποσύνολο που ορίζεται αυτή η αντιστοιχία

π.χ.

$$f(x) = x + 1, \quad x > 0$$

Αυτό σημαίνει ότι την f την ορίζουμε μόνο στους θετικούς, το πεδίο ορισμού είναι οι θετικοί αφού μας λέει $x > 0$ (χάνω από το μηδέν).

Πως βρίσκω το πεδίο ορισμού

Ακολουθούμε τους εξής βασικούς κανόνες

1) Ο παρανομαστής **ΠΑΝΤΑ** $\neq 0$

2) Ότι είναι κάτω από τη ρίζα ≥ 0

Άσκηση 1

Να βρείς το π.ο. της

$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

Λύση

- Παρανομαστής, άρα πρέπει $x+1 \neq 0$ (να μην μηδενίζεται)
- Λύνουμε την εξίσωση $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$
- Πεδίο ορισμού $x \neq -1$

Άσκηση 2

Βρείς το π.ο. της $f(x) = \frac{1}{x-1}$

Λύση

- Πρέπει $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Ασκήσεις

1) Θέμα 24356

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{x^2-1}$

α) Να βρείς το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

β) Να αποδείξεις ότι $g(x) = \frac{x-2}{x+1}$

Λύση

α) Πρέπει ο παρονομαστής να μην μηδενίζεται δηλαδή $x^2-1 \neq 0$.

$$x^2-1=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)=0 \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Πρέπει οπότε $x \neq 1$ και $x \neq -1$.

$$\beta) g(x) = \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{x^2-1} = \frac{\cancel{(x-1)} \cdot (x-2)}{\cancel{(x-1)} \cdot (x+1)} = \frac{x-2}{x+1}$$

Άσκηση 2 (Θέμα 33624)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x-1}$

α) Βρίξτε το πεδίο ορισμού της f

β) Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $\pi = f(0) + 3f(2)$

Λύση

α) Πρέπει $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

$$\beta) f(0) = \frac{2 \cdot 0}{0-1} = \frac{0}{-1} = 0, \quad f(2) = \frac{2 \cdot 2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\text{άρα } \pi = 0 + 3 \cdot 4 = 12.$$

Άσκηση 3 (Θέμα 24347)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$.

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού A της f .

β) Δείξτε ότι $f(x) = x+2$, για κάθε x στο πεδίο ορισμού A .

Λύση

α) Πρέπει $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

β) Για $x \neq 2$,
$$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2) \cdot (x+2)}{x-2} = x+2$$

Άσκηση 4 (Θέμα 25874)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού A της f .

β) Δείξτε ότι $f(x) = x+1$, για κάθε x στο πεδίο ορισμού A .

Λύση

α) Πρέπει $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

β) $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1$ για $x \neq 1$

Άσκηση 5 (Θέμα 31085)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2-x}{x}$

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού A της f .

β) Δείξτε ότι $f(x) = x-1$, για κάθε x στο A .

Λύση

α) Πρέπει $x \neq 0$

β) Για $x \neq 0$, $f(x) = \frac{x^2-x}{x} = \frac{x \cdot (x-1)}{x} = x-1$.

Άσκηση 6 (Θέμα 34591)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού της f

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε x στο A $f(x) = x + 2$
Λύση

α) Πρέπει $x - 1 \neq 0$ άρα $x \neq 1$

β) $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 & \Delta &= b^2 - 4\alpha\beta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 \\ \beta &= -3 & x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{3 \pm 1}{2} \rightarrow \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ \gamma &= 2 & & \searrow \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

και $x^2 - 3x + 2 = (x - 1) \cdot (x - 2)$

$$f(x) = \frac{\cancel{(x-1)} \cdot (x-2)}{\cancel{x-1}} = x - 2$$

Άσκηση 7 (Θέμα 31086)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της f

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε x στο A , $f(x) = x - 2$

Λύση

α) Πρέπει $x \neq 0$

$$\beta) f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x} = \frac{\cancel{x} \cdot (x - 2)}{\cancel{x}} = x - 2$$