

Επληξέον ιδιότητες στις ανισότητες.

1) $x^2 \geq 0$ για κάθε x πραγματικό αριθμό.

2) $x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

Ασκησης

1) Να αποδείξετε ότι $x^2 + 9 \geq 6x$

Λύση

$$x^2 + 9 \geq 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \overbrace{3}^{6x} + 3^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 \geq 0$$

2) Να βρείτε τους αριθμούς x & y .

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0$$

Λύση

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x-2=0 \\ y+1=0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ y=-1 \end{matrix}$$

3) Αν $2 \leq x \leq 3$ και $1 \leq y \leq 2$ να φράξετε τις

ποσότητες

i) $x+y$

ii) $2x-y$

Λύση

$$i) 2 \leq x \leq 3$$

$$1 \leq y \leq 2$$

$$\oplus \frac{3 \leq x+y \leq 5}{}$$

$$ii) 2 \leq x \leq 3 \Rightarrow 4 \leq 2x \leq 6$$

$$1 \leq y \leq 2 \xrightarrow{\cdot (-1)} -1 \geq -y \geq -2$$

$$4 \leq 2x \leq 6$$

$$-2 \leq -y \leq -1$$

$$\oplus \frac{2 \leq 2x-y \leq 5}{}$$

$$3) \text{ Av } 2 < y < 3 \quad \text{va } \varphi\rho\alpha\zeta\epsilon\tau\epsilon$$

$$\alpha) 2y$$

$$\beta) 2y+3$$

$$\gamma) 2y-5$$

Λύση

$$\alpha) 2 < y < 3 \xrightarrow{\cdot 2} 4 < 2y < 6$$

$$\beta) 2 < y < 3 \xrightarrow{\cdot 2} 4 < 2y < 6 \xrightarrow{+3} 7 < 2y+3 < 9$$

$$\gamma) 2 < y < 3 \xrightarrow{\cdot 2} 4 < 2y < 6 \xrightarrow{-5} -1 < 2y-5 < 1$$

$$4) \text{ Av } 2 < x < 6 \quad \text{va } \varphi\rho\alpha\zeta\epsilon\tau\epsilon$$

$$i) x-2$$

$$ii) 2x-5$$

$$iii) 1-3x$$

Λύση

$$i) 2 < x < 6 \xrightarrow{-2} 2-2 < x-2 < 6-2 \Rightarrow 0 < x-2 < 4$$

$$ii) 2 < x < 6 \xrightarrow{\cdot 2} 4 < 2x < 12 \xrightarrow{-5} -1 < 2x-5 < 7$$

$$iii) 2 < x < 6 \xrightarrow{\cdot (-3)} -6 > -3x > -18 \xrightarrow{+1} -5 > 1-3x > -17$$