

Εβδομάδα 1^η (Α' λυκείου)

ΛΟΓΙΚΗ

Στα μαθηματικά το πιο βασικό πράγμα είναι η λογική. Αυτό σημαίνει ότι χρειάζεται να αναγνωρίζουμε τα δεδομένα, τα ζητούμενα και το πως θα πάρουμε από τα δεδομένα στα ζητούμενα.

Παράδειγμα 1

Δεδομένα	Ζητούμενα
• Ο Νίκος έχει 2 μήλα	Πόσα μήλα έχει ο Νίκος;
• Ο Γιώργος έδωσε στον Νίκο 2 μήλα	

→ Ο Νίκος έχει 2 μήλα
→ Ο Γιώργος έδωσε 2 μήλα στον Νίκο αυτό είναι το ίδιο με το ότι ο Νίκος πήρε δύο μήλα από τον Γιώργο.

Άρα ο Νίκος έχει $2+2=4$ μήλα.

Παράδειγμα 2

Δεδομένα	Ζητούμενα
• Ο Κώστας έχει 10 σοκολάτες	Πόσες σοκολάτες έχει ο Κώστας.
• Ο Κώστας έδωσε 2 σοκολάτες	

→ Ο Κώστας έχει 10 σοκολάτες
→ Ο Κώστας έφαγε 2 σοκολάτες αυτό είναι το ίδιο με το ότι ο Κώστας έχασε 2 σοκολάτες από όσες έχει συνολικά

Άρα ο Κώστας έχει $10-2=8$

Στα μαθηματικά η φράση "είναι ισοδύναμο με"
το συμβολίζεται με $\Leftrightarrow$

Παραδείγματα

① Η Γεωργία είναι κόρη του Νίκου $\Leftrightarrow$

Ο Νίκος είναι πατέρας της Γεωργίας.

② Ο ΠΑΟΚ πήρε το Πρωτάθλημα $\Leftrightarrow$

Ο ΠΑΟΚ βγήκε πρώτος

③ Η Μαρία προσπαθεί στην Τάξη $\Leftrightarrow$

Η Μαρία θα πάρει πολύ καλό βαθμό.

④ $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ (αφού $2-2=0$)

Η φράση άρα συμβολίζεται με $\Rightarrow$

Παραδείγματα

① Έγω βρέχει $\Rightarrow$ Έχει συννεφιά

② Χρησιμοποιώ κινητό στο σχολείο $\Rightarrow$

Θα πάρω αποβολή.

• Τα δύο σύμβολα " $\Leftrightarrow$ ", " $\Rightarrow$ " έχουν

διαφορές

Παράδειγμα 1

Έγω βρέχει $\stackrel{\text{άρα}}{\Rightarrow}$ Έχει συννεφιά

ισχύει

είναι ισοδύναμο

Έγω βρέχει $\Leftrightarrow$ Έχει συννεφιά ;

Προφανώς και όχι αφού μπορεί να έχει συννεφιά και να μην βρέχει.

Παράδειγμα 2

$x=2 \stackrel{\text{άρα}}{\Rightarrow} x^2=4$

ισχύει

$x=2 \Leftrightarrow x^2=4$;

Προφανώς και όχι αφού το ότι $x^2=4$ δεν είναι ισοδύναμο με το ότι $x=2$ μπορεί και $x=-2$ αφού $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$.

Λογικοί Σύνδεσμοι

• Ο σύνδεσμος ή
ισοδυναμικό

$$(x-1) \cdot (x-2) = 0 \stackrel{\text{ισοδυναμικό}}{\iff} x-1=0 \text{ ή } x-2=0 \stackrel{\text{ισοδυναμικό}}{\iff}$$

$$x=1 \text{ ή } x=2$$

• Ο σύνδεσμος και

$$(x-1) \cdot (x-2) \neq 0 \stackrel{\text{ισοδυναμικό}}{\iff} x-1 \neq 0 \text{ και } x-2 \neq 0$$

$$\stackrel{\text{ισοδυναμικό}}{\iff} x \neq 1 \text{ και } x \neq 2$$

Σημείωση

Το ή στα μαθηματικά σημαίνει ή το ένα ή το άλλο ή και τα δύο.

Το και σημαίνει και το ένα και το άλλο.

Παράδειγμα 1

Ο Γιώργος παίζει ποδόσφαιρο

Ο Γιώργος παίζει μπάσκετ.

Η φράση

Ο Γιώργος παίζει ποδόσφαιρο ή ο Γιώργος παίζει μπάσκετ

σημαίνει ότι ή ο Γιώργος παίζει ποδόσφαιρο
ή ο Γιώργος μπάσκετ ή ο Γιώργος παίζει και
ποδόσφαιρο και μπάσκετ.

Ο Γιώργος παίζει ποδόσφαιρο και ο Γιώργος παίζει μπάσκετ
σημαίνει ότι ο Γιώργος παίζει και ποδόσφαιρο και
μπάσκετ.

Παράδειγμα 2

$$x(x-1)=0 \text{ και } x(x-2)=0 \text{ άρα}$$

$$\underline{x=0 \text{ ή } x=1} \text{ και } \underline{x=0 \text{ ή } x=2} \text{ άρα } x=0$$

Παράδειγμα 3

$$x(x-1)=0 \text{ ή } x(x-2)=0 \text{ άρα}$$
$$x=0 \text{ ή } x=1 \text{ ή } x=0 \text{ ή } x=2 \text{ άρα } x=0 \text{ ή } x=1 \text{ ή } x=2.$$

Σύνολα

Σύνολο λέμε μια συλλογή αντικειμένων
όπου διακρίνονται το ένα από το άλλο

Παραδείγματα

1) Σύνολο των μαθητών τάξης

$$\{\text{Γιώργος, Νίκος, Μαρία, ...}\}$$

2) Σύνολο των φυσικών αριθμών

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

3) Σύνολο των ακέραιων αριθμών

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

4) Σύνολο όλων των θετικών αριθμών

$$\{x \text{ τέτοια ώστε } x > 0\}$$

Αυτό το γράφουμε $(0, +\infty)$

οι αριθμοί από το 0
ως το $+\infty$.