1)

σ. 137

β) $\begin{cases} x+3y=-2 & (1) \\ 2x+y=0 & (2) \end{cases}$

$$\begin{cases} a_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ a_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{cases}$$

Μέθοδος Αντικατάστασης

Στην (2) λύνω ως προς y (θεωρώ το x γνωστό)

$(2) \Leftrightarrow y = -2x$

Το αντικαθιστώ στην (1) $\overset{y=-2x}{\Longrightarrow}$

$x+3(-2x)=-2 \Leftrightarrow$

$x-6x=-2 \Leftrightarrow -5x=-2$ $\quad : (-5)$

$\frac{-5x}{-5} = \frac{-2}{-5} \Leftrightarrow$

$\boxed{x = 2/5}$

$(1) \overset{x=2/5}{\Longrightarrow} \frac{2}{5} + 3y = -2 \Leftrightarrow 3y = -2 - \frac{2}{5} \Leftrightarrow$

$3y = \frac{-12}{5} \overset{:3}{\Leftrightarrow} y = \frac{-12}{5 \cdot 3} \Leftrightarrow \boxed{y = -\frac{4}{5}}$

Άρα το (Σ) έχει μοναδική λύση $(x,y) = \left(\frac{2}{5}, -\frac{4}{5}\right)$

1) δ)

σ. 137

$$\begin{cases} 3x+y=-4 \quad (*) \\ x+2y=-3 \end{cases}$$

Μέθοδος Αντίθετων Συντελεστών

$$\begin{cases} 3x+y=-4 \\ x+2y=-3 \quad \cdot(-3) \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x+y=-4 \\ -3x-6y=9 \end{cases}$$

Προσθέτω κατά μέλη (+)

$$3x+y-3x-6y=-4+9 \ (\Leftrightarrow)$$

$$\frac{-5y}{-5} = \frac{5}{-5} \quad :(-5) \ (\Leftrightarrow)$$

$$\boxed{y=-1}$$

$$(*) \xrightarrow{y=-1} 3x-1=-4 \ (\Leftrightarrow)$$

$$3x=-4+1 \ (\Leftrightarrow) \ \frac{3x}{3}=\frac{-3}{3} \quad :3 \ (\Leftrightarrow) \quad \boxed{x=-1}$$

$$\boxed{(x,y)=(-1,-1)}$$

2) γ)

σ. 137

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \quad (1) \\ 2x + 3y = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Μ.Ε.Ο. Απαλοιφή αγνώστων:

Με προς x

$$(2) \Longleftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-3y}{2} \quad (:2)$$

$$\boxed{x = -\frac{3}{2}y}$$

Αντικαθιστώ στην (1) $\Rightarrow x = -\frac{3}{2}\cdot y$

$$3\cdot\left(-\frac{3}{2}y\right) - 2y = 0 \Leftrightarrow$$

$$-\frac{9}{2}\cdot y - 2y = 0 \quad (\cdot 2) \Leftrightarrow$$

$$-2\cdot\frac{9}{2}y - 4y = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-13y}{-13} = \frac{0}{-13} \quad (:(-13)) \Leftrightarrow$$

$$\boxed{y = 0}$$

(1) $\xrightarrow{y=0}$ $3x - 2\cdot 0 = 0 \Leftrightarrow$

$$\frac{3x}{3} = \frac{0}{3} \quad (:3) \Leftrightarrow$$

$$\boxed{x = 0}$$

$$\boxed{\text{Άρα } (x, y) = (0, 0)}$$

2) γ) σ. 137

$$\begin{cases} 3x-2y=0 \cdot(-2) \\ 2x+3y=0 \cdot(3) \end{cases}$$

2ος τρόπος με αντίθετους συντελεστές

$$\begin{cases} -6x+4y=0 \\ 6x+9y=0 \end{cases} \xrightarrow{(+)} -6x+4y+6x+9y=0+0 \iff$$

$$\frac{13y}{13}=\frac{0}{13} \iff y=0 \quad (:13)$$

$y=0$

$$* \Rightarrow 3x-2\cdot 0=0 \iff 3x=0 \iff x=0 \quad (:3)$$

$$\text{Λύση } (x,y)=(0,0)$$

2) α) $\begin{cases} -2x+3y=5 \\ 6x-9y=3 \end{cases} \cdot(3) \Leftrightarrow \begin{cases} -6x+9y=15 \\ 6x-9y=3 \end{cases}$ (+) $\Longrightarrow$

$-\cancel{6x}+\cancel{9y}+\cancel{6x}-\cancel{9y}=15+3 \Leftrightarrow$

$0=18 \Leftrightarrow$ Το (Σ) είναι ΑΔΥΝΑΤΟ

3) б)

Ч. 137

$$\begin{cases} \frac{x-5}{2} + \frac{2y+1}{3} = 3 \quad \cdot (6) \\ \frac{x+4}{3} - \frac{y-6}{2} = 4 \quad \cdot (6) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 6 \cdot \frac{x-5}{2} + 6 \cdot \frac{2y+1}{3} = 18 \\ 6 \cdot \frac{x+4}{3} - 6 \cdot \frac{y-6}{2} = 6 \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(x-5) + 2(2y+1) = 18 \\ 2(x+4) - 3(y-6) = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 15 + 4y + 2 = 18 \\ 2x + 8 - 3y + 18 = 24 \end{cases} (=)$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 + 13 \\ 2x - 3y = 24 - 26 \end{cases} (=)$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 31 \\ 2x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+4y=31 & (*)\cdot(-2) \\ 2x-3y=-2 & \cdot(3) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} -6x-8y=-62 \\ 6x-9y=-6 \end{cases} \xrightarrow{(+)}$$

$$-17y=-68 \quad :(-17) \Longleftrightarrow \boxed{y=4}$$

$$(*) \xrightarrow{y=4} 3x+16=31 \Longleftrightarrow 3x=15 \quad :3 \Longleftrightarrow \boxed{x=5}$$

Άρα $(x,y)=(5,4)$ Μον. λύση

4) β)

σ. 137

$$\begin{cases} x(y+4) = y(x-6) - 15 + 3x \\ (x-1)(x+2y) = (x+y)^2 - y(y+1) \end{cases} (=)$$

$$\begin{cases} xy + 4x = yx - 6y - 15 + 3x \\ x^2 + 2yx - x - 2y = x^2 + 2xy + y^2 - y^2 - y \end{cases} (=)$$

$$\begin{cases} 4x - 3x + 6y = -15 \\ -x - 2y + y = 0 \end{cases} (=) \begin{cases} x + 6y = -15 \\ -x - y = 0 \end{cases} (=)$$

$$\begin{cases} x + 6y = -15 \\ -x - y = 0 \end{cases} \xrightarrow{(+)}$$

$$5y = -15 \ (=) \ y = -3 \quad (:5)$$

$$-x - (-3) = 0 \ (=)$$

$$-x + 3 = 0 \ (=) \ x = 3$$

Άρα $(x, y) = (3, -3)$

Μοναδική λύση

7) Να βρεθεί το κοινό σημείο των ευθειών $\varepsilon_1: 2x+5y=10$, $\varepsilon_2: x-y=1$

σ. 133

Αλγεβρικά Λύνω το (Σ): $\begin{cases} \varepsilon_1: 2x+5y=10 \\ \varepsilon_2: x-y=1 \cdot (-2) \end{cases} \Longleftrightarrow$

$$\begin{cases} 2x+5y=10 \\ -2x+2y=-2 \end{cases} \xrightarrow{(+)} \frac{7y}{7} = \frac{8}{7} \xrightarrow{:7} y = \frac{8}{7}$$

Αντικαθιστώ στην ε_2: $\xrightarrow{y=\frac{8}{7}} x-\frac{8}{7}=1 \Leftrightarrow x=1+\frac{8}{7} \Leftrightarrow \boxed{x=\frac{15}{7}}$

Άρα το Σ. τομής των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι $M\left(\frac{15}{7}, \frac{8}{7}\right)$

$$2\frac{1}{7} = \frac{15}{7}$$