

Α.1.6. ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

Α. ΚΟΙΝΟΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

Η παραγοντοποίηση $\alpha\beta + \alpha\gamma = \alpha(\beta + \gamma)$ έχει δύο όρους, τους $\alpha\beta$ και $\alpha\gamma$, οι οποίοι έχουν κοινό παράγοντα το α και μετατρέπονται σε γινόμενο παραγόντων σύμφωνα με την επιμεριστική ιδιότητα

$$\alpha\beta + \alpha\gamma = \alpha(\beta + \gamma)$$

στην περίπτωση αυτή λέμε ότι «**βγάζουμε κοινό παράγοντα το α** ».

π.χ.

- $3x + 3y = 3(x + y)$
- $5x + 5y - 5z = 5(x + y - z)$

Αν ένας όρος βγαίνει ολόκληρος κοινός παράγοντας και έχει

- πρόσημο (+), τότε μέσα στην παρένθεση θα βάζουμε το **+1** (διότι $+a = +1 \cdot a$)

π.χ. $7x + 7 = 7x + 7 \cdot 1 = 7(x + 1)$

- πρόσημο (-), τότε μέσα στην παρένθεση θα βάζουμε το **-1** (διότι $-a = -1 \cdot a$)

π.χ. $3x - 3 = 3x - 3 \cdot 1 = 3(x - 1)$

Σχόλιο: Στην επιμεριστική ιδιότητα $\alpha\beta + \alpha\gamma = \alpha(\beta + \gamma)$ κάθε όρος που είναι μέσα στην παρένθεση στο 2^ο μέλος είναι το πηλίκο της διαίρεσης των αντίστοιχων όρων της παράστασης με τον κοινό παράγοντα.

Δηλαδή, $\beta = \frac{\alpha\beta}{\alpha}$ και $\gamma = \frac{\alpha\gamma}{\alpha}$.

Οπότε: $\alpha\beta + \alpha\gamma = \alpha \left(\frac{\alpha\beta}{\alpha} + \frac{\alpha\gamma}{\alpha} \right) = \alpha(\beta + \gamma)$

Κοινό αριθμητικό παράγοντα σε μια παράσταση βγάζουμε το ΜΚΔ των συντελεστών των όρων της, εφόσον δεν είναι πρώτοι μεταξύ τους.

π.χ. $8x + 12y$.

Οι συντελεστές 8 και 12 των όρων της παράστασης είναι πολλαπλάσια του 4, δηλαδή $\text{ΜΚΔ}(8,12) = 4$.

Επομένως, $8x + 12y = 4 \cdot 2x + 4 \cdot 3y = 4(2x + 3y)$

Αν μια μεταβλητή είναι κοινή σε όλους τους όρους, τότε κοινό παράγοντα βγάζουμε τη δύναμη της μεταβλητής με το μικρότερο εκθέτη.

Υπενθύμιση: $a^μ \cdot a^ν = a^{μ+ν}$

π.χ. $x^5 + x^3 + x^2$

Οι όροι της παράστασης έχουν κοινή μεταβλητή το x και η μικρότερη δύναμη με το μικρότερο εκθέτη είναι η x^2 . Οπότε,

$$x^5 = x^{2+3} = x^2 \cdot x^3$$

$$x^3 = x^{2+1} = x^2 \cdot x^1 = x^2 \cdot x$$

$$\text{Άρα, } x^5 + x^3 + x^2 = x^2 \cdot x^3 + x^2 \cdot x + x^2 = x^2(x^3 + x^2 + 1)$$

Γενικά:

Κοινό παράγοντα σε μια παράσταση βγάζουμε το γινόμενο του ΜΚΔ των συντελεστών των όρων της, επί τις δυνάμεις των κοινών μεταβλητών των όρων με το μικρότερο εκθέτη.

π.χ. $3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$

$$4x^2y^3z - 6x^3y^3 = 2x^2y^3(2y^2z - 3x)$$

Σημείωση: Αν ο κοινός παράγοντας έχει πρόσημο -, τότε μέσα στην παρένθεση οι όροι θα αλλάξουν πρόσημο.

π.χ. $-5x - 5y = -5(x + y)$

$$-3x + 3y = -3(x - y)$$

$$-7x^2 + 7x - 7 = -7(x^2 - x + 1)$$

Άσκηση 1: Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

1. $7x - 7y$
2. $3x - 3y + 3\omega$
3. $3x^2 - 3x + 3$
4. $8x^2 + 20$
5. $35x - 7$

Άσκηση 2: Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

1. $x^5 - x^3 + x^2$
2. $2x^3 - 3x^2 + 5x$
3. $x^3y^5 - x^5y^2$
4. $6x^2 - 12x$
5. $12x^4 + 6x^3$
6. $3a^2 - 6ab + 12a$

Άσκηση 3: Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

1. $(2x - 3)(x + 1) + 5(2x - 3)$
2. $(3x - 2)(x - 1) + 2(x - 1)$
3. $(5x - 4)(2x + 1) + (5x - 4)(x + 3)$
4. $(2x - 1)(x - 3) - (1 - 2x)(x + 1)$
5. $(3x - 1)(5x + 2) - (x + 7)(-5x - 2)$
6. $(5x + 2)(3x - 1) + 5x + 2$
7. $(5x - 7)(3x - 1) - 3x + 1$
8. $(2x + 3)(5x - 1) + 4x + 6$
9. $(5x - 2)^2 - 10x + 4$
10. $x^2 - x - (x - 1)(3x - 2)$
- 11.