Α.1.3 ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ – ΠΡΟΣΘΕΣΗ & ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

- **Πολυώνυμο** λέγεται μια αλγεβρική παράσταση που είναι άθροισμα τουλάχιστον δύο μονωνύμων που δεν είναι όμοια.

Π.χ. $3xy^2-2x^3y-5x$

- **Όρος** του πολυωνύμου λέγεται κάθε μονώνυμο που περιέχεται στο πολυώνυμο.

Π.χ. Το πολυώνυμο $3xy^2-2x^3y-5x$ έχει τρεις όρους που είναι τα μονώνυμα: $3xy^2, -2x^3y,$ και $-5x$.

- Ένα πολυώνυμο που δεν έχει όμοιους όρους λέγεται:
  - Διώνυμο όταν έχει δύο όρους , π.χ. $-5x+1$
  - Τριώνυμο όταν έχει τρεις όρους, π.χ. $x^2+2xy-3y^2$

- **Βαθμός** ενός πολυωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές του είναι ο μεγαλύτερος από τους βαθμούς των όρων του.

Π.χ. Το πολυώνυμο $2x^4-3xy^3-x^3y^2$είναι:

- 4ου βαθμού ως προς x
- 3ου βαθμού ως προς y
- 5ου βαθμού ως προς x,y

- Κάθε αριθμός μπορεί να θεωρηθεί ως πολυώνυμο, οπότε λέγεται σταθερό πολυώνυμο.
  - ο αριθμός μηδέν λέγεται μηδενικό πολυώνυμο και δεν έχει βαθμό
  - κάθε άλλο σταθερό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

- Όταν ένα πολυώνυμο έχει μόνο μία μεταβλητή (π.χ. τη μεταβλητή x) για συντομία συμβολίζεται με $P(x)$ ή $Q(x)$.

Π.χ. $P(x)=-2x+5x^2+3+x^3$

Το πολυώνυμο $P(x)=-2x+5x^2+3+x^3$ είναι 3ου βαθμού και μπορούμε να το γράψουμε έτσι ώστε κάθε όρος του πολυωνύμου να είναι μεγαλύτερου βαθμού ως προς x από τον επόμενό του. Δηλαδή,

$$P(x)=x^3+5x^2-2x+3$$

Τότε λέμε ότι το πολυώνυμο είναι γραμμένο **κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x.**

ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

- ❖ Η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου P(x) για $x = \rho$ συμβολίζεται με $P(\rho)$

Π.χ. Η τιμή του πολυωνύμου $P(x) = x^2 - 3x + 1$ για x=1 είναι

$$P(1) = 1^2 - 3 \cdot 1 + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$$

- ❖ Δύο πολυώνυμα είναι ίσα όταν έχουν όρους <u>ίσα μονώνυμα</u>

Π.χ. Τα πολυώνυμα $P(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ και $Q(x) = 3x^2 - 5x + 2$ είναι ίσα όταν

$$\alpha = 3,\ \beta = -5 \text{ και } \gamma = 2$$

Δηλαδή, οι συντελεστές των ομοιόβαθμων όρων τους είναι ίσοι

- ❖ **Αναγωγή ομοίων όρων** λέγεται η αντικατάσταση των ομοίων όρων ενός πολυωνύμου με το άθροισμά τους.

Π.χ. $P(x) = x^2 - 3xy + 5x^2 + 2xy = \underbrace{x^2 + 5x^2} + \underbrace{2xy - 3xy} = 6x^2 - xy$

<u>Πρόσθεση – Αφαίρεση Πολυωνύμων</u>

Για να προσθέσουμε και να αφαιρέσουμε δύο πολυώνυμα μεταξύ τους χρησιμοποιούμε τις ιδιότητες των πραγματικών αριθμών.

Π.χ. Θεωρούμε τα πολυώνυμα $P(x) = x^2 - 3x + 1$ και $Q(x) = x^3 + 6x - 7$

- $P(x) + Q(x) = (x^2 - 3x + 1) + (x^3 + 6x - 7)$
  $P(x) + Q(x) = x^2 - 3x + 1 + x^3 + 6x - 7$
  $P(x) + Q(x) = x^3 + x^2 + 3x - 6$

- $P(x) - Q(x) = (x^2 - 3x + 1) - (x^3 + 6x - 7)$

  $P(x) - Q(x) = x^2 - 3x + 1 - x^3 - 6x + 7$

  $P(x) - Q(x) = -x^3 + x^2 - 9x + 8$

<u>Παρατηρήσεις:</u>

- Η αριθμητική τιμή ενός πολυωνύμου για $x = 0$ είναι ίση με <u>τον σταθερό όρο του</u>.

  Π.χ. Για το πολυώνυμο $P(x) = x^2 - 3x + 1$ για $x = 0$ έχουμε:
  $P(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$

- Η αριθμητική τιμή ενός πολυωνύμου για $x = 1$ είναι ίση με <u>το άθροισμα των συντελεστών του</u>.

  Π.χ. για το πολυώνυμο $P(x) = x^2 - 3x + 1$ για $x = 1$ έχουμε:
  $P(1) = 1^2 - 3 \cdot 1 + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$

ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ