ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ

Μάθημα: Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου | Ενότητα: Εξισώσεις α΄ βαθμού με έναν άγνωστο

Επιμέλεια: Κρίθης Β,. Ξουρή Β.

Ι. ΘΕΩΡΙΑ & ΚΑΝΟΝΕΣ

1. Ορισμός & Έννοιες

Εξίσωση 1ου βαθμού με έναν άγνωστο x ονομάζεται κάθε ισότητα της μορφής α·x + β = 0 (με α, β πραγματικούς αριθμούς).

• **Ρίζα ή λύση:** Ο αριθμός που επαληθεύει την ισότητα όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο x.

• **Επίλυση:** Η διαδικασία εύρεσης όλων των ριζών της εξίσωσης.

2. Μορφές Τελικού Αποτελέσματος (α·x = γ)

1. Αν α ≠ 0: Η εξίσωση έχει μοναδική λύση τη $\frac{\gamma}{\alpha}$

2. Αν α = 0 και γ ≠ 0: Η εξίσωση 0·x = γ είναι ΑΔΥΝΑΤΗ (δεν έχει καμία λύση).

3. Αν α = 0 και γ = 0: Η εξίσωση 0·x = 0 είναι ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ή ΑΟΡΙΣΤΗ (επαληθεύεται για κάθε αριθμό x).

3. Βήματα Επίλυσης Σύνθετης Εξίσωσης

1. Απαλοιφή παρονομαστών (Πολλαπλασιάζουμε όλους τους όρους με το Ε.Κ.Π.).
2. Απαλοιφή παρενθέσεων (Επιμεριστική ιδιότητα - προσοχή στα πρόσημα).
3. Χωρισμός αγνώστων από γνωστούς (Αλλάζουμε πρόσημο σε όποιον όρο μετακινείται).
4. Αναγωγή ομοίων όρων (Πράξεις).
5. Διαίρεση με τον συντελεστή του αγνώστου (Αν δεν είναι 0).

ΙΙ. ΛΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1: Απλή εξίσωση με παρενθέσεις

Ζητούμενο: Να λυθεί η εξίσωση: $3(x - 2) - 2(2x - 1) = 5 - x$

Λύση:

• Απαλοιφή παρενθέσεων: $3x - 6 - 4x + 2 = 5 - x$

• Χωρισμός αγνώστων / γνωστών: $3x - 4x + x = 5 + 6 - 2$

• Αναγωγή ομοίων όρων: $0 \cdot x = 9$

• Συμπέρασμα: Η εξίσωση είναι **ΑΔΥΝΑΤΗ**

Παράδειγμα 2: Εξίσωση με κλάσματα

Ζητούμενο: Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2x-1}{3}\frac{x+3}{2}\frac{x-5}{6}$

Λύση:

- Ε.Κ.Π.(3, 2, 6) = 6. Πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο με το 6:
  $\frac{2x-1}{3}\frac{x+3}{2}\frac{x-5}{6}$
- Απλοποιούμε: $2(2x-1)-3(x+3)=1(x-5)$
- Απαλοιφή παρενθέσεων: $4x-2-3x-9=x-5$
- Χωρισμός αγνώστων / γνωστών: $4x-3x-x=-5+2+9$
- Αναγωγή ομοίων όρων: $0\cdot x=6$
- Συμπέρασμα: Η εξίσωση είναι **ΑΔΥΝΑΤΗ**

Παράδειγμα 3: Εξίσωση με ταυτότητα (αόριστη)

Ζητούμενο: Να λυθεί η εξίσωση: $4(x+1)-2(x+3)=2x-2$

Λύση:

- Απαλοιφή παρενθέσεων: $4x+4-2x-6=2x-2$
- Χωρισμός αγνώστων / γνωστών: $4x-2x-2x=-2-4+6$
- Αναγωγή ομοίων όρων: $0\cdot x=0$
- Συμπέρασμα: Η εξίσωση είναι **ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ / ΑΟΡΙΣΤΗ**

Παράδειγμα 4: Σύνθετη εξίσωση με πολλαπλούς παρονομαστές

Ζητούμενο: Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x+1}{4}\frac{2x-3}{3}\frac{x-1}{12}$

Λύση:

- Ε.Κ.Π.(4, 3, 12) = 12. Πολλαπλασιάζουμε όλους τους όρους με το 12:
  $\frac{x+1}{4}\frac{2x-3}{3}\frac{x-1}{12}$
- Απλοποιούμε: $3(x+1)-4(2x-3)=12-(x-1)$
- Απαλοιφή παρενθέσεων: $3x+3-8x+12=12-x+1$
- Χωρισμός & Αναγωγή: $3x-8x+x=12+1-3-12 \Rightarrow -4x=-2$
- Διαίρεση με το -4: $x=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$

III. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Επίπεδο 1

1) $x + 7 = 15$ 2) $3x - 8 = 13$ 3) $5 - 2x = 11$
4) $4x + 9 = 2x + 17$ 5) $7x - 3 = 10x + 12$ 6) $3(x + 2) = 18$
7) $5(2x - 1) = 3(3x + 2)$ 8) $4(x - 3) - 2(x - 1) = 8$
9) $2(3x + 1) - 4(x - 2) = 0$ 10) $7(x - 1) - 3(2x + 1) = x - 10$
11) $5x - 2(x + 4) = 3(x - 1) - 5$ 12) $8 - 3(2x - 5) = 2(1 - 4x) + 3$

Επίπεδο 2

13) $\frac{x}{3}$ +4=9 14) $\frac{2x}{5} - 1 = 3$ 15) $\frac{x+2}{4} = \frac{x-1}{3}$
16) $\frac{3x-1}{2} = 7$ 17) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$ 18) $\frac{2x-1}{4} - \frac{x+1}{2} = 1$
19) $\frac{x+1}{3} + \frac{2x-3}{6} = \frac{x}{2}$ 20) $\frac{3x-2}{5} - \frac{x+1}{2} = \frac{x-3}{10}$
21) $\frac{x-2}{3} - \frac{2x+1}{4} = \frac{x+5}{12}$ 22) $x - \frac{x-1}{2} = \frac{x+2}{3}$
23) $\frac{2(x-1)}{3} - \frac{x+3}{4} = \frac{x}{6}$ 24) $\frac{x-1}{2} - \frac{2x-5}{3} = \frac{5-x}{6}$

Επίπεδο 3

25) $2(x + 3) - 5 = 2x + 1$ 26) $3(2x - 1) - 6x = 4$
27) $4(x - 1) - 2(2x - 2) = 0$ 28) $\frac{x+1}{2} + \frac{x-1}{2} = x$
29) $\frac{2x-4}{3} - \frac{x-2}{3} = \frac{x}{3}$ 30) $5(x - 2) - 3(x + 1) = 2x - 13$

Επίπεδο 4

31) $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{x}{6}$

32) $\frac{2x+1}{3} - \frac{1}{2}\left(x - \frac{x+1}{4}\right) = \frac{x}{6}$

33) Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου λ ώστε η εξίσωση $2x + \lambda = 5x - 1$ να έχει ρίζα τον αριθμό x = 2.

34) Αν η εξίσωση $3(x - a) + 2 = ax - 4$ έχει λύση τον αριθμό x = 3, να βρείτε την τιμή του a.

35) Να εξετάσετε αν οι εξισώσεις $2(x - 1) = 4$ και $\frac{x+1}{2} = 2$ είναι ισοδύναμες.

36) Να λυθεί η εξίσωση ως προς x: $\frac{x-a}{2} + \frac{x-b}{3} = \frac{a+b}{6}$

37) $\frac{x+3}{2} - \frac{2x-1}{5} = \frac{x+1}{10}$

38) $\frac{3(x-1)}{4} - \frac{2(x+1)}{3} = \frac{x-13}{12}$

39) Να βρείτε την τιμή του k ώστε η εξίσωση $(k-2)x = k+3$ να είναι αδύνατη.

40) Να βρείτε την τιμή του m ώστε η εξίσωση $(m-3)x = m^2 - 9$ να είναι ταυτότητα (αόριστη).