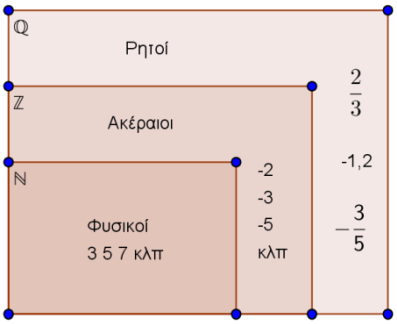
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 0

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΑΠΟ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΡΗΤΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1. **Πρόσημα** λέγονται τα σύμβολα « + » και « - » και τα γράφουμε πριν από τους αριθμούς εκτός από το μηδέν.
2. **Θετικός αριθμός** λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « + »
3. **Αρνητικός αριθμός** λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « - »
4. Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός
5. Όταν μπροστά από έναν αριθμό δεν έχουμε κανένα πρόσημο, εννοούμε ότι είναι θετικός, δηλαδή έχει πρόσημο « + »
6. **Ομόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο
7. **Ετερόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο
8. **Ακέραιοι αριθμοί** είναι οι φυσικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς
9. **Ρητοί αριθμοί είναι αυτοί που μπορούν να γραφούν σε μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους και παρονομαστή διάφορο του μηδενός**



10. Οι φυσικοί αριθμοί περιέχονται στους ακέραιους, και οι ακέραιο στους ρητούς
11. Άξονα χ'χ ονομάζουμε τον ημιάξονα Οχ (δεξιά του Ο) και τον αντικείμενο του Οχ' (αριστερά του Ο) μαζί.
12. Θετικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας Οχ
13. Αρνητικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας Οχ'
14. Σε κάθε ρητό αριθμόαντιστοιχεί ένα σημείο Α ενός άξονα χ΄Ο χ, ο ρητός αυτός αριθμός ονομάζεται τετμημένη του σημείου Α
15. **Απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α ονομάζουμε την απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή Ο του άξονα και συμβολίζεται με $|\alpha|$.**
16. **Αντίθετοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν την ίδια απόλυτη τιμή, αλλά είναι ετερόσημοι**
17. Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος αριθμός.
18. Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετος του.
19. Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν.
20. Δύο σημεία που βρίσκονται σε ίση απόσταση από την αρχή των αξόνων και είναι εκατέρωθεν της αρχής έχουν τετμημένες, αντίθετους αριθμούς.
21. Ο μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.
22. Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό

23. Το μηδέν είναι μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό

24. **Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.**

25. **Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή.**

26. **Για να προσθέσουμε ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημο τους.**

27. **Για να προσθέσουμε ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.**

28. Ιδιότητες πρόσθεσης ρητών αριθμών:

a. $\alpha+\beta=\beta+\alpha$ (αντιμεταθετική ιδιότητα)

b. $\alpha+(\beta+\gamma)=(\alpha+\beta)+\gamma$ (προσεταιριστική ιδιότητα)

c. $\alpha+0=\alpha$ (το 0 ουδέτερο στοιχείο ως προς την πρόσθεση)

d. $\alpha+(-\alpha)=0$ (το $-\alpha$ αντίθετος του α)

29. **Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β, προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β. Δηλ.** $\alpha-\beta=\alpha+(-\beta)$

30. **Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το « + » (ή δεν έχει πρόσημο) μπορούμε να την απαλοίψουμε μαζί με το « + » (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημα τους.**

31. **Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το « - » μπορούμε να την απαλοίψουμε μαζί με το « - » και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αλλαγμένα τα πρόσημα τους.**

32. Σε μια παράσταση η οποία περιέχει παρενθέσεις και αγκύλες, απαλοιφή γίνεται από το εσωτερικό της παράστασης προς το εξωτερικό, οπότε η αγκύλη γίνεται παρένθεση.

33. Σε μια παράσταση που έχουμε προσθέσεις και αφαιρέσεις, αν υπάρχουν αντίθετοι αριθμοί τους διαγράφουμε και μετά βάζουμε το πρόσημο « - » και προσθέτουμε όλους τους αρνητικούς αριθμούς, μετά βάζουμε το πρόσημο « +» και προσθέτουμε όλους τους θετικούς αριθμούς

34. **Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε**

- **Το πρόσημο +, αν είναι ομόσημοι**
- **Το πρόσημο -, αν είναι ετερόσημοι**

35. Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

- $\alpha\cdot\beta=\beta\cdot\alpha$ (αντιμεταθετική ιδιότητα)
- $\alpha\cdot(\beta\cdot\gamma)=(\alpha\cdot\beta)\cdot\gamma$ (προσεταιριστική ιδιότητα)
- $1\cdot\alpha=\alpha$ (το 1 ουδέτερο στοιχείο ως προς τον πολλαπλασιασμό)
- $\alpha\cdot(\beta+\gamma)=\alpha\cdot\beta+\alpha\cdot\gamma$ (επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση)
- $\alpha\cdot(\beta-\gamma)=\alpha\cdot\beta-\alpha\cdot\gamma$ (επιμεριστική ιδιότητα ως προς την αφαίρεση)
- $\alpha\cdot\frac{1}{\alpha}=1$ (ο $\frac{1}{\alpha}$ αντίστροφος του α)
- $0\cdot\alpha=0$ (το 0 απορροφητικό στοιχείο ως προς τον πολλαπλασιασμό)

36. **Α. Για να πολλαπλασιάσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι 0), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους, και στο γινόμενο βάζουμε:**

- **Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό)**
- **Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό)**

Β. Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με το μηδέν

Γ. Το σύμβολο του πολλαπλασιασμού χρησιμοποιείται μόνο μεταξύ αριθμών, αλλιώς παραλείπεται.

37. Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε:
- Το πρόσημο +, αν είναι ομόσημοι
- Το πρόσημο -, αν είναι ετερόσημοι

38. $\frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}$

39. Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται

40. Το πηλίκο της διαίρεσης $\alpha : \beta$ ή $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγεται λόγος του α προς το β και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης $\beta \cdot x = \alpha$

41. Ονομάζουμε **<u>δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α και εκθέτη το φυσικό αριθμό ν</u>**, $(\nu > 1)$ το γινόμενο από ν παράγοντες ίσους με α

42. Τη δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α και εκθέτη το φυσικό αριθμό ν, $(\nu > 1)$ την συμβολίζουμε με α^ν. Δηλαδή: $\boxed{\alpha^\nu = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \ldots \cdot \alpha}_{\nu \text{ παράγοντες}}}$

43. Το σύμβολο α^ν ονομάζουμε και **<u>νιοστή δύναμη του α</u>** ή λέμε ότι **<u>υψώνουμε το α στην νιοστή</u>**. Την 2η δύναμη του α (α^2) την λέμε και **<u>α στο τετράγωνο</u>**. Την 3η δύναμη του α (α^3) την λέμε και **<u>α στον κύβο</u>**.

44. Για $\nu = 1$, γράφουμε $\boxed{\alpha^1 = \alpha}$

45. Για $\nu = 0$, γράφουμε $\boxed{\alpha^0 = 1}$

46. Αν $\alpha > 0$, τότε $\alpha^\nu > 0$

47. Αν $\alpha < 0$ και ν άρτιος, τότε $\alpha^\nu > 0$

48. Αν $\alpha < 0$ και ν περιττός, τότε $\alpha^\nu < 0$

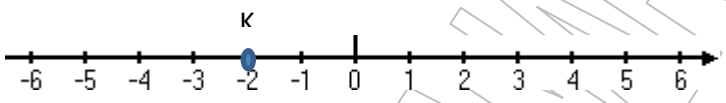
49. **Ιδιότητες δυνάμεων**

1)	$\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \alpha^{\mu+\nu}$	π.χ $(-2)^3 \cdot (-2)^5 = (-2)^{3+5} = (-2)^8 = 2^8 = 256$
2)	$\alpha^\mu : \alpha^\nu = \alpha^{\mu-\nu}$	π.χ $(-3)^5 : (-3)^2 = (-3)^{5-3} = (-3)^2 = 3^2 = 9$
3)	$(\alpha \cdot \beta)^\nu = \alpha^\nu \cdot \beta^\nu$	π.χ $(-3)^3 \cdot 2^3 = [(-3) \cdot 2]^3 = (-6)^3 = -216$
4)	$(\alpha : \beta)^\nu = \alpha^\nu : \beta^\nu$	π.χ $(-12)^5 : 6^5 = [(-12) : 6]^5 = (-2)^5 = -32$
5)	$(\alpha^\nu)^\mu = \alpha^{\nu \cdot \mu}$	π.χ $[(-2)^3]^2 = (-2)^6 = 2^6 = 64$
6)	$\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^\nu} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^\nu$	π.χ $(-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{-2^5} = -\frac{1}{2^5} - \frac{1}{32}$
7)	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^\nu$	π.χ $\left(\frac{3}{12}\right)^{-3} = \left(\frac{12}{3}\right)^3 = 4^3 = 64$

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 0.1

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΑΠΟ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται **ομόσημοι**; Να αναφέρετε δύο ομόσημους αριθμούς.
2. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται **ετερόσημοι**; Να αναφέρετε δύο ετερόσημους αριθμούς.
3. Τι εκφράζει **η απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού ;Να δώσετε ένα παράδειγμα.
4. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται **αντίθετοι**;
5. Ο αντίθετος του +8 είναι ο ……..
   Ο αντίθετος του – 10 είναι ο ο……
   Ο αντίθετος του χ είναι ο ……..
   Ο αντίθετος του – α είναι ο …….
6. Να συμπληρώσετε τα κενά στα παρακάτω:
   $|+2| =$ ……. , $|-3| =$ ……. , $|-\frac{1}{3}| =$ ……., $|0| =$ ……..
7. 

   α) Να βρεθεί **η τετμημένη** του σημείου Κ .
   β) Να βρείτε δύο σημεία που οι τετμημένες τους να έχουν την ίδια απόλυτη τιμή

8. Να συμπληρώσετε το σύμβολο < ή > ή = στα παρακάτω
   α)0…..2 , β) -3 ….0 , γ) +3……5 , δ) -6 ……. +8 , ε)12…. -13 ,
   στ) -11 ……-12 ,ζ)-2……-1 , η)|-3|……3 , θ) |-34| ……. -34 , ι) $-\frac{1}{3}$ …. . $-\frac{2}{3}$
   ια)-(-3)….+3 , ιβ)-(-2)….2 , ιγ) -(+8) … +8
9. Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού είναι 11. Να βρεθεί ο αριθμός.
10. Να κάνετε τις πράξεις:

1. (-3) + (+5) =	2. (-4)+(-8) =
3. (+4)+(+13) =	4. (+11)+(-13)=
5. (-12)+(-1)+(+15)+(-6)=	6. (-3) – (-12)=
7. (-3)-(-8)=	8. (+3) – (-2)=
9. (-1) – (-19) =	10. 1-3 =
11. -3 + 8=	12. -12 -18 =
13. 23 - 28 =	14. -87 + 96 =
15. -128 +32 =	16. -12 -9 +23 – 4 +2=
17. 1- (32 – 62 + 27) =	18. -5+9-6+2 =
19. +2-6+8-4+5 =	20. -2+5+3+4+7+2-7-4-3-5 =
21. – (1,4 +2,3 – 0,7) + (2,3 – 0,9 +1,2)=	22. -7+12-(+9) – (-4)=

Απαντήσεις

1. +2	2. -12
3. +17	4. -2
5. -4	6. 9
7. +5	8. 5
9. 18	10. -2
11. 5	12. -30
13. -5	14. 9
15. - 96	16. 0
17. -2	18. 0
19. 5	20. 0
21. – -0,7	22. 0

11. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{1}{2}-\left[-\left(-\frac{5}{4}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{6}\right)-\left(2+\frac{1}{2}\right)\right]$ $A\pi:\frac{1}{4}$

β) $(-8)-(-7)+(-3)-(-8)-(+5)-(-3)+(-1)$ $A\pi: 1$

12. Να υπολογίσετε την παράσταση **Α=α – (β – 6)+(β- 7) – (2+α – 11)** $A\pi:$ 8

13. Να υπολογίσετε τα γινόμενα

1. (-3) (+3)	2. (-4)(-5)
3. (+9)(+6)	4. (+11)(-8)
5. (-12)(-4)	6. $(-0{,}25)(+4)$
7. $\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{3}{4}\right)$	8. $(-6)(+3)(-2)$
9. $(-8)(+9)(-1)$	10. (-0,823)(+1000)
11. $3\cdot(-2)\cdot(-10)$	12. $3\cdot 2\cdot 1\cdot(-1)$
13. $6534\cdot(-238)\cdot 1234\cdot 7628\cdot 0$	14. $(-\frac{4}{3})(-\frac{3}{4})$
15. $1\cdot(-1)\cdot 1286567\cdot(-1)$	16. $(-1)\left(-\frac{3}{5}\right)\left(+\frac{1}{3}\right)(-1)(+3)\left(-\frac{5}{3}\right)(-1)$

Απαντήσεις

1. -9	2. -20
3. 54	4. -88
5. 48	6. -1
7. $\frac{1}{4}$	8. 36
9. 72	10. -823
11. 60	12. -6
13. 0	14. 1
15. 1286567	16. $-\frac{1}{3}$

14. Να κάνετε τις πράξεις :

1. -9+7· (-3) +16	2. (15-18)·(19-12)	3. -2·(-4+7)
4. -7+6·(+4-4)	5. -5(+2) – 2(-3)	6. $7+3\cdot(-5)-2\cdot-6)$

απαντήσεις

1. -14	2. 21	3. -6
4. -7	5. -4	6. 4

15. Να βρείτε του αντίστροφους των αριθμών $\frac{1}{3}, -\frac{2}{5}, \frac{8}{-5}, +4, -8$

16. Να υπολογίσετε τα πηλίκα :

$\alpha)\ \frac{-8}{4} = \cdots, \beta)\ \frac{21}{-7} = \cdots,\quad \gamma)\ \frac{+1{,}8}{0{,}6} = \cdots, \delta)\ \frac{-12}{-4} = \cdots., \varepsilon)\ \frac{-100}{-25} = \cdots \ldots$

17. Να υπολογίσετε τα πηλίκα :

$\alpha)\ (-30):(+5) = \cdots, \beta)\ \ (-4):\left(-\frac{2}{5}\right) = \cdots,\ \gamma)\ \ \left(\frac{3}{4}\right):\left(-\frac{1}{6}\right) = \cdots, \delta)\ \ (-5):\left(\frac{1}{2}\right)$

18. Να κάνετε τις πράξεις

$\alpha)\ \frac{5}{11} - \frac{8}{11}\cdot\frac{5}{4},\ \beta)\ \left(1-\frac{3}{2}\right):\left(\frac{5}{3}-2\right), \gamma) -\frac{5}{6}:\left(-3+\frac{7}{2}\right) - \frac{1}{2}\cdot\left[-3\cdot\left(\frac{1}{2}-1\right)+1\right]$

Απ : $\alpha)\ -\frac{5}{11}\ \ \beta)\ \ \frac{3}{2}\ \ \gamma) -\frac{35}{12}$

19. Να κάνετε τις πράξεις και να υπολογίσετε τις παραστάσεις

A= $\frac{-2}{3}+\frac{7}{-6}-\frac{-5}{-4}$ (Απ : $-\frac{37}{12}$) B= $\frac{\left(2-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{3}{(-2)(-4)}}{\left(\frac{1}{2}-4\right):(-7)}$ (Απ: $\frac{5}{4}$)

20. Αν α=$1-\frac{4}{3}$ και β=$\frac{4}{3}-\frac{5}{6}$, να υπολογίσετε την παράσταση K = α+β +α·β (Απ : 0)

21. Αν οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι και οι x,yαντίθετοι να υπολογίσετε την παράσταση
A = $x-(5-y)-\alpha(3-\beta)+3\alpha$ (Απ : -4)

22. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :
A= $\left(\frac{2}{7}+1-\frac{1}{14}\right):\frac{17}{2}-\frac{1}{7}+5\cdot\frac{1}{6}-\left(\frac{3}{2}+\frac{7}{3}\cdot 2-1\right)$ $(A\pi : -\frac{13}{3})$

23. Αν $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{3}{4}$, να υπολογίσετε την παράσταση $A = \frac{\alpha+\beta}{\beta}$ και την B = $\frac{3\alpha+4\beta}{\beta}$ (Απ A = $\frac{7}{4}$,B =$\frac{25}{4}$)

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 0.2

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ ΕΚΘΕΤΗ ΦΥΣΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις

   α) 3^2 β) $(-10)^2$, γ) -5^3 δ) $(-5)^3$ ε) $-(-3)^3$ στ) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ ζ) $(-4)^2$ θ) $(-2)^5$

2. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

   α) $(-2)^4$ β) -2^4 γ) $(-3)^3$ δ) -3^3 ε) -1^{2018} στ) $(-1)^{2016}$ ζ) $(-1)^{2019}$

3. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

   α) $-(-5)^2$ β) $-(-2)^4$ γ) $-(-1)^7$ δ) $-(-5)^3$

4. Να κάνετε τις πράξεις :

   α) $(-2)^3+(-1)^{10}-(-2)^2$ (Απ -11) β) $5-(-4)^2-3^2-(-1)+(-5)^3$ (Απ: -144)

5. Να υπολογίσετε την παράσταση : $A = 2\cdot(-1)^7-3\cdot(-4)^3+2\cdot(-2)^3$, ($A\pi$: 174)

6. Να δείξετε ότι

   α) $(-2)^5-(-3)^3-(-1)^{10}=-6$ β) $(-7)^2-6^2-(-2)^3=21$

7. Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $\alpha^\mu\cdot\alpha^\nu=\alpha^{\mu+\nu}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τα γινόμενα:

   α) $2^5\cdot2^7$ β) $3^2\cdot3^5$ γ) $5\cdot5^4$ δ) $(-2)^3\cdot(-2)^4$ ε) $(-6)^3\cdot(-6)^2\cdot(-6)$.

8. Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $\alpha^\mu:\alpha^\nu=\alpha^{\mu-\nu}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τα πηλίκα:

   α) $3^6:3^5$ β) $5^6:5^4$, γ) $(-2)^5:(-2)^4$ δ) $\frac{\alpha^8}{\alpha^3}$ ε) $\frac{(-7)^3}{-7}$

9. Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $(\alpha^\mu)^\nu=\alpha^{\mu\cdot\nu}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τις δυνάμεις:

   α) $(2^2)^3$ β) $[(-2)^2]^3$ γ) $(-\alpha^3)^4$ δ) $(3^2)^2$ ε) $[(-3)^3]^2$ στ) $[(-2)^2]^5$

10. Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $\alpha^\nu\cdot\beta^\nu=(\alpha\cdot\beta)^\nu$ και $\alpha^\nu:\beta^\nu=(\alpha:\beta)^\nu$ υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων:

    α) $\left(\frac{1}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^5$ β) $0{,}5^3\cdot2^3\cdot(-4)^3\cdot(-0{,}25)^3$ γ) $3^7\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^7$ δ) $\frac{20^5}{10^5}$, ε) $\frac{(-4)^4}{(-2)^4}$ στ) $\frac{(-10)^3}{5^3}$

11. Δίνεται η παράσταση $A=x^3-2x^2+3x-1$.Να υπολογίσετε την τιμή της αν

    α) x = -2 β) x = -1 (Απ : A = -23 B= -7)

12. Να γράψετε σαν μια δύναμη τις παραστάσεις :

    $A=x^3\cdot x^4$, $B=\frac{3^8}{3^5}$, $\Gamma=a^3\cdot a^4\cdot a$, $\Delta=\frac{13^7\cdot13^5}{13^{10}}$, $E=(x^2)^3$, $Z=(2^3)^4$

    $H=[(-3)^5]^6$, $\Theta=(x^2)^3\cdot x^5$, $I=\frac{(x^2)^3\cdot x^5}{x^8}$, $IA=\frac{(-6)^5\left((-6)^5\right)^3}{(-6)^2\cdot6}$

13. Να γράψετε πιο απλές τις παραστάσεις χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων:

Α = $(3x)^2$, Β = $(-2x)^4$,Γ = $(-3x^3)^3$,Δ = $\left(-\frac{3}{2}\cdot x\right)^2$, Ε = $\left(\frac{x}{2}\right)^3$

14. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις Α = $\left(\frac{3}{4}\right)^2$, Β = $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$, Γ = $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$

15. Να γράψετε σαν μια δύναμη τις παρατάσεις:

Α = $\frac{26^3}{13^3}$ Β = $25x^2$ Γ = $27x^3$ Δ = $\frac{4^4\cdot 9^4}{6^4\cdot 2^4}$ (Απ: 81)

Ε = $2^6\cdot 5^6$ Ζ = $3^4\cdot 9^3$ Η = $\frac{4^5\cdot 8^7}{16^3}$

16. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $\frac{(-5)^9\cdot 2^{10}}{2^9\cdot 5^7}+2\cdot(-5)^2$ (Απ: 0)

17. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $(-7+5)^3\cdot[-(6-2)^2+3^3]+(7-3\cdot 2)^{123}$ (Απ: 73)

18. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = x^3+6x^2+11x+6$ α)αν x=-2 β) Αν x =$\frac{1}{2}$ (Απ: α) 0 , β) $\frac{105}{48}$)

19. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $A=\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(-3^2\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{4}{9}\right)+3^3\right)$ (Απ $A=\frac{15}{2}$)

20. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

Α=$(x+1)^2$, Β=x^2+2x+1, Γ=$(x-1)^3$ αν x = $(-2)^2+3^3+(-2)^5+(-1)^7$

(Απ: $A=1, B=1, \Gamma=-27$)

21. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

Α= $\frac{24}{6}+5^2-2\cdot 8+\frac{8}{2^2}+\frac{3^2}{11}$ και Β= $\frac{(2^5+112)}{3^2}-1+\frac{5}{7}$

και να τις συγκρίνετε (Απ :$A=\frac{174}{11}$, Β =$\frac{110}{7}$)

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 0.3

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ ΕΚΘΕΤΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΑΚΕΡΑΙΟ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Υπολογίστε τις παρακάτω δυνάμεις:

α)2^{-5} β) $(-2)^{-5}$ γ) $(-3)^{-4}$ δ) 3^{-4} ε) $(-\frac{3}{4})^{-2}$ στ) $0,1^{-4}$ ζ) $(-0,1)^{-4}$,

η)$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ θ) 2014^0 ι) $(-2015)^0$ ια) $(-1000)^{-1}$ ια) 10^{-3}.

2. Υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $\frac{1}{-2^{-4}}$ β)$(-3)^{-3}$ γ)-3^{-3} δ) -1^{-2024} ε) $(-1)^{-2024}$

(Απ : α) -16 β) $=-\frac{1}{27}$, γ=$-\frac{1}{27}$, δ=-1 , ε=1

3. Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $\alpha^{\mu}\cdot\alpha^{\nu}=\alpha^{\mu+\nu}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τα γινόμενα:

α) $3^2\cdot3^{-5}$β) $5\cdot5^{-4}$γ) $(-2)^{-3}\cdot(-2)$ δ) $-7^{-1}\cdot(-7)^{-2}\cdot(-7)^3$, ε)$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}$

4. Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $\alpha^{\mu}:\alpha^{\nu}=\alpha^{\mu-\nu}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τα πηλίκα:

α) $3^{-6}:3^{-5}=$ β) $5^{-6}:5^4$ γ) $(-2)^5:(-2)^{-4}$ δ) $\frac{\alpha^{-3}}{\alpha^{-8}}$ ε) $\frac{(-7)^{-1}}{-7}$

5. Εφαρμόζοντας την ιδιότητα $(\alpha^{\mu})^{\nu}=\alpha^{\mu\cdot\nu}$ γράψτε με μορφή μιας δύναμης τις δυνάμεις:

α)$(2^2)^{-3}$ β) $[(-2)^{-2}]^{-3}$γ) $((-3)^4)^{-1}$

6. Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες $\alpha^{\nu}\cdot\beta^{\nu}=(\alpha\cdot\beta)^{\nu}$ και $\alpha^{\nu}:\beta^{\nu}=(\alpha:\beta)^{\nu}$υπολογίστε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $3^{-7}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-7}$ β) $\frac{(-10)^{-3}}{5^{-3}}$ γ) $(-0,5)^{-2004}\cdot2^{-2004}$ δ)$20^{-4}\cdot4^{-4}\cdot0,125$,

ε) $3^{-6}\cdot3^3$ στ) $(-5)^7\cdot(-5)^{-10}\cdot(-5)^2\cdot(-5)^{-1}$ γ)$\left(-\frac{1}{4}\right)^8\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^0\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{-5}$

7. $A=3^{-2}+9^{-1}$ $B=(-2)^{-4}-3\cdot(-2)^5$ $\Gamma=\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$\Delta=1^{-3}+2^{-1}+(-2)^{-2}$ $E=\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\cdot(-3)^{-2}$ΣΤ $=4^{-2}+(-2)^{-3}$

Απ $A=\frac{2}{9}$, $B=\frac{1537}{16}$,Γ = 23 , $\Delta=\frac{7}{4}$, $E=\frac{1}{4}$,ΣΤ $=-\frac{1}{16}$

8. Να γράψετε σαν μια δύναμη τις παρατάσεις:

$A=2^3\cdot2^{-4}$ $B=\frac{2^4}{2^{-3}}$ $\Gamma=\frac{2^7\cdot2^5}{2^{16}}$Δ $=(2^3)^{-2}$, $E=(3^{-4})^{-2}$

9. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$A=(x+1)^2$, $B=x^2+2x+1$, $\Gamma=(x-1)^3$ και $\Delta = 3^{-x} + 2^{x+1} - (-x)^x$

άν $x = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - (-3)^2 - (-2)^3$

(Απ $A=16$. $B=16$, $\Gamma=8$, $\Delta = \frac{1162}{27}$)

10. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης

$$\left[\left(\alpha^{-3}\beta\right)^{-2}\alpha^{-5}\beta^4\left(\alpha\beta^2\right)^{-3}\right]^{-5} : \left(-\frac{1}{\beta^5}\right)^{-2} \text{ αν } \alpha = 2019 \text{ και } \beta = -\frac{1}{2019} \quad (\text{Απ :1})$$

Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $A = 8\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + (-9)^{-4}\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\left(\frac{1}{27}\right)^{-2}$ $(A=-24)$

11. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $3^2 - 4\cdot(-2)^2\cdot(-1) =$

β) $2\cdot(-3)^2\cdot(-1)^4 4 + 3\cdot(-5)^2\cdot 2^3 - (-1)^2\cdot(-7)^2$

γ) $3\cdot(-4)^2 + (-5)\cdot(-1)^4 - 6\cdot(-2)^4 =$

δ) $\alpha^3\cdot\alpha^2 =$ ε) $\alpha\cdot\alpha^5 =$ στ) $\alpha^2\cdot\alpha^6\cdot\alpha^8 =$ ζ) $y^4\cdot y^2\cdot y^{-3} : y =$ η) $x^4\, x^3 x =$

Απ: α)25 β) 623 γ) -53

12. Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$A = 4^{x-4} + 4^{x-3} + 4^{x-2} + 4^{x-1}$ όταν $x=2$ Απ: $\frac{85}{16}$

και $B = 16\cdot 2^{x+1} - 6\cdot x^2 + 7\cdot x^{x+3}$ όταν $x=-3$. $A\pi\ -43$

13. Να γραφούν με δεκαδική μορφή οι ρητοί αριθμοί: α) $\frac{25}{16}$ β) $\frac{93}{80}$ γ) $-\frac{4}{7}$

14. Να γράψεις με μορφή δύναμης τους αριθμούς:

α) 10, -10, 0.1, -0.1, -8,

β) 100, -100, 0.01, -0.01

15. Να γραφούν με κλασματική μορφή οι αριθμοί:

$x = 4,\overline{79}$ και $y = 7,3\overline{581}$

16. Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

α) $3\cdot 10^5$ και $8\cdot 10^{-3}$

β) $3,21\cdot 10^5$ και $1,83\cdot 10^{-6}$

γ) 10^{-7} και $9\cdot 10^{-8}$

ΑΝΔΡΕΣΑΚΗΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις : α= $-(-6)^2$ β=$-(-3)^3$
2. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις : α= $(-7)^2$ β=$(-5)^3$
3. Να υπολογίσετε την παράσταση : Α = $2\cdot(-1)^7-3\cdot(-4)^3+2\cdot(-2)^3$
4. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :
   Α = $(-2)^5-(-3)^3-(-1)^{10}$ Β = $(-7)^2-6^2-(-2)^3$
5. Να γράψετε σαν μια δύναμη τις παραστάσεις :
   Α = $x^3\cdot x^4$ Β= $\frac{3^8}{3^5}$ Γ= $a^3\cdot a^4\cdot a$ Δ = $\frac{13^7\cdot13^5}{13^{10}}$
   Ε = $(x^2)^3$ Ζ = $(2^3)^4$ Η = $[(-3)^5]^6$ Θ=$(x^2)^3\cdot x^5$
6. Να γράψετε πιο απλές τις παραστάσεις χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων:
   Α = $(3x)^2$ Β = $(-2x)^4$ Γ = $(-3x^3)^3$ Δ =$\left(-\frac{3}{2}\cdot x\right)^2$ Ε = $\left(\frac{x}{2}\right)^3$
7. Να γράψετε σαν μια δύναμη τις παρατάσεις:
   Α = $\frac{26^3}{13^3}$ Β = $25x^2$ Γ = 27x^3 Δ = $\frac{4^4\cdot9^4}{6^4\cdot2^4}$
   Ε = $2^6\cdot5^6$ Ζ = $3^4\cdot9^3$ Η = $\frac{4^5\cdot8^7}{16^3}$
8. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:
   Α = 6^{-2} Β = 7^{-1} Γ = $\left(\frac{8}{5}\right)^{-2}$
   Δ = 10^{-4} Ε = $(-11)^{-2}$ Ζ = $(-2^3)^{-1}$ Η =
9. Να κάνετε τις πράξεις :
   Α = $3^{-2}+9^{-1}$ Β = $(-2)^{-4}-3\cdot(-2)^5$ Γ = $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$
   Δ = $1^{-3}+2^{-1}+(-2)^{-2}$ Ε = $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\cdot(-3)^{-2}$
10. Να γράψετε σαν μια δύναμη τις παρατάσεις:
    Α = $2^3\cdot2^{-4}$ Β = $\frac{2^4}{2^{-3}}$ Γ = $\frac{2^7\cdot2^5}{2^{16}}$ Δ = $(2^3)^{-2}$
    Ε = $(3^{-4})^{-2}$
11. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :
    Α=$(x+1)^2$, Β=x^2+2x+1, Γ=$(x-1)^3$ και Δ = $3^{-x}+2^{x+1}-(-x)^x$
    άν x = $(-2)^2+3^3+(-2)^5+(-1)^7$
12. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης
    $\left[\left(\alpha^{-3}\beta\right)^{-2}\alpha^{-5}\beta^4\left(\alpha\beta^2\right)^{-3}\right]^{-5}:\left(-\frac{1}{\beta^5}\right)^{-2}$ αν α = 2020 και β = $-\frac{1}{2020}$
13. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $8\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}+(-9)^{-4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{27}\right)^{-2}$

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 0.4

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΟΥ 10 - ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. $10^2 =$

2. $10^3 =$

3. $10^4 =$

4. $10^{12} =$

5. $10^{-5} = 0,\underbrace{00001}_{\substack{5\ \theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\iota\varsigma\\ \mu\epsilon\tau\acute{\alpha}\ \tau\eta\nu\\ \upsilon\pi o\delta\iota\alpha\sigma\tau o\lambda\acute{\eta}}}$

6. $10^{-1} =$

7. $10^{-2} =$

8. $10^{-3} =$

9. $10^{-6} =$

10. $0\underbrace{,0001}_{\substack{4\ \theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\iota\varsigma\\ \mu\epsilon\tau\acute{\alpha}\ \tau\eta\nu\\ \upsilon\pi o\delta\iota\alpha\sigma\tau o\lambda\acute{\eta}}} = 10^{-4}$ ή $\underbrace{0,000}_{\substack{4\\ \mu\eta\delta\epsilon\nu\iota\kappa\acute{\alpha}}}1 = 10^{-4}$

11. 0,0000000001 =

12. 0,000001

13. $(0,00001)^3 =$

14. **Ο αριθμός 52000000 να μετατραπεί σε τυποποιημένη μορφή**

α) *Βάζουμε την υποδιαστολή μεταξύ του 5 και του 2 ώστε να προκύψει αριθμός μεταξύ του 1 και του 10*

δηλαδή 5,200000 = 5,2

β) <u>μετράμε τα ψηφία μετά την υποδιαστολή</u> $5,\underbrace{200000}_{6}$

Το πλήθος των ψηφίων μετά την υποδιαστολή είναι 6

άρα

5200000 = $\mathbf{5,2 \cdot 10^{6}}$

15. 4200000000 =

16. 56430000000 =

17. 23400000000000000000000 =

18. **Ο αριθμός 0,00000024 να μετατραπεί σε τυποποιημένη μορφή**

α) *<u>Βάζουμε την υποδιαστολή μεταξύ του 2 και του 4 ώστε να προκύψει αριθμός μεταξύ του 1 και του 10</u>*

δηλαδή **0,0000002,4**

β) <u>μετράμε τα ψηφία μεταξύ των 2 υποδιαστολών</u> $0,\underbrace{0000002}_{7},4$

Το πλήθος των ψηφίων μετά την υποδιαστολή είναι 7

άρα

0,00000024 = $\mathbf{2,4 \cdot 10^{-7}}$

0,000034 =

19. 0,0000000035678 =

20. 0,00000000000000002281 =

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α.1
ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.1.1

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ – ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ - ΕΠΙΜΕΡΙΣΤΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να γράψετε, με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας , με απλούστερο τρόπο τις παρακάτω παραστάσεις: **Α=**2α+2α ,Β= 2α – 25α ,Γ= -2α – 2α ,Δ = -3α + 5α – 6α , Ε = $-\frac{2}{3}\alpha-\frac{5}{6}\alpha+4\alpha$

   Ζ = -α +2α -$\frac{1}{3}$α , Η = x^2-x

2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα:

   Α = 3(x+2) , Β = 5 (x- y) Γ = -3(α – β) Δ = 5 (4 x – 2β) ,

   Ε = -4(3β -2y) Ζ = 6 (-3y +7x) Η = -2(2x+9y) Θ= -7(x-3)

   Ι = 1+(2x -3y) –(3y-2x) Κ= (3(2x-y) -2(5-3y+3)

3. Γνωρίζοντας ότι α – β = -5 και χ + ψ = -6 να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

   $Π_1$ = 2α – 2β +5x +5ψ $Π_2$ = -3 . (x + ψ + 5α) + 15β

4. **Με τη βοήθεια μιας μεταβλητής γράψε συμβολικά τα κάτω:**

1. Από ένα αριθμό αφαιρούμε το διπλάσιο του και κατόπιν προσθέτουμε τα ¾ του παλιού αριθμού,

2. Ο Δημήτρης έχει 23 €,λιγότερα από τον Νίκο,

3. Ο Νίκος έχει 5 κάρτες περισσότερες από το $\frac{1}{3}$ αυτών που έχει ο Κώστας.

4. Τον έναν από τους δυο αριθμούς που έχουν γινόμενο 20 όταν ο άλλος είναι ο x,

5. Το γινόμενο δυο αριθμών που διαφέρουν κατά 10,

6. Ένα φυσικό αριθμό ο οποίος όταν διαιρείται με το 5 αφήνει υπόλοιπο 3.

5. Να μετατρέψετε σε αριθμητικές παραστάσεις τις εκφράσεις :

1. Τα $\frac{3}{5}$ ενός αριθμού

2. Το τριπλάσιο ενός αριθμού

3. Το διπλάσιο του ελαττωμένο κατά 6

4. Ένας αριθμός αυξημένος κατά τα $\frac{2}{3}$ αυτού:

5. το μισό ενός αριθμού αυξημένο κατά 3

6. δυο διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς

7. έναν άρτιο φυσικό αριθμό

8. έναν περιττό φυσικό αριθμό .

9. την περίμετρο ενός ορθογωνίου αν η μεγάλη του πλευρά είναι 5,

10. την περίμετρο ενός ρόμβου

11. την περίμετρο ενός ισοσκελούς τριγώνου με άνιση πλευρά ίση με 2,

12. την περίμετρο ενός ισόπλευρου τριγώνου

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.1.2

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

   α) $2x = 4$ β) $5x = -25$ γ) $6x = 0$ δ) $-7x = 1$

   ε) $0x = 7$ στ) $-x = 5$ ζ) $0x = 0$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις :

   α) $4x + 3 = 7$ β) $5x + 7 = -3$ γ) $-2x + 4 = 0$ δ) $-7x + 2 = 40$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις :

   α) $-7x + 2 = 3x + 2$ β) $2\omega - 4 = 3\omega - 4$

   γ) $4\varphi - 3 = 4\varphi + 7$ δ) $2x - 6 = 2x - 6$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις :

   α) $-y + 2 = -2y + 0,5$ β) $0,2\omega + 2,5 = 1,5\omega = 10,5$

   γ) $4,6 + z = 5,6 - 3z$ δ) $-3x + 5 + x - 2 = 9x - 6$

   ε) $x - 30 + 5x - 25 = -5x + 11$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις :

   α) $3(x + 4) = 15$ β) $-5(-2x + 1) = -45$

   γ) $2(3x + 2) = 4 - x$ δ) $2(3 - x) + 1 = 6 - 4(x - 2)$

   ε) $-5\alpha + 3(2\alpha - 1) = \alpha - 3$ ζ) $-2(3 + 2y - 4) + 3(1 - 2y) = 5(7 - 2y + 3) - 8$

6. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις και να κάνετε την επαλήθευση:

   α) $x + 3 + 3(x + 2) = 9 - 2x$ β) $16(x + 1) + 1 - 2(3 - x) = -3(x + 6)$

7. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

   α) $\frac{1}{3} - x = \frac{x}{2} + 1$ **β)** $-\frac{x}{5} + \frac{1}{2} - 3 = \frac{x}{2} - 4$

   γ) $3,5 - \frac{x}{4} + \frac{3}{2} = -2,25 + x$ δ) $-\frac{1}{3}x + \frac{7}{2} - x = \frac{2}{3}$

8. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $\frac{1-3x}{7}=\frac{-2x+1}{2}$ **β)** $\frac{3-2(x+3)}{4}=\frac{7-2x}{3}$

γ) $\frac{3x-2}{5}=\frac{3(1-x)}{-5}$ **δ)** $\frac{x+3}{2}=x-1$

9. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\frac{x-6}{2}-\frac{4}{3}=\frac{x+1}{9}+1$ β) $\frac{3x-8}{4}-\frac{1}{2}=\frac{7x+3}{10}-\frac{x}{2}$

10. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{2(2x-1)}{3}+\frac{3(x-1)}{2}+\frac{4(2x-3)}{5}=\frac{9(x-4)}{5}$

11. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $x-\frac{(x+2)}{3}+\frac{2}{5}=2-\frac{6-2x}{15}$

β) $7-3x+\frac{x-3}{2}=-\frac{1-(x+3)}{3}+\frac{10-9x}{6}$

γ) $-8+5\left(-\frac{x}{2}+4\right)-2\left(1-\frac{2-2x}{5}\right)+x=1$

12. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $\frac{2}{3}\left(2-\frac{4-3z}{2}+z\right)-\frac{5}{2}\left(-\frac{(z-2)}{5}+\frac{3z}{2}\right)=-\frac{7}{6}\left(3-\frac{7-2z}{7}\right)$

β) $\omega+\frac{\frac{\omega-5}{2}-\frac{\omega}{3}}{2}=\frac{\frac{1}{2}\left(-\omega+\frac{2\omega-3}{4}\right)}{3}-2\omega$

13. Να λύσετε την εξίσωση $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)^{-2}\cdot(-2)(x-1)=\left(-\frac{3}{2}\right)^{3}x-\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}+2^{-3}$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1. α) x=2 β) X=-5 γ) x= 0 δ) $x=-\frac{1}{7}$ ε) αδύνατη στ) x = -5 ζ) αόριστη
2. α) x =1 β) x = -2 γ) x =2 δ) $x=-\frac{38}{7}$
3. α) x=0 β) x=0 γ) αδύνατη δ) αόριστη
4. α) y = -1.5 β) ω=10 γ) $z=\frac{1}{4}$ δ) $x=\frac{9}{11}$ ε) x=6
5. α) x=1 β) x= -4 γ) x= 0 δ) $x=\frac{7}{2}$ ε) αόριστη στ) αδύνατη
6. α) x= 0 β) $-\frac{29}{21}$
7. α) $x=-\frac{4}{9}$ β) $x=-\frac{15}{7}$ γ) $x=\frac{29}{5}$ δ) $x=\frac{17}{8}$
8. α) $x=\frac{5}{8}$ β) $x=\frac{37}{2}$ γ) αδύνατη δ) x= 5
9. α) x=14 β) $x=\frac{56}{11}$
10. x=-1
11. α) $x=\frac{7}{2}$ β) $x=\frac{19}{8}$ γ) $\frac{98}{23}$
12. α) $z=\frac{16}{15}$ β) $\omega=\frac{27}{76}$
13. x= -6

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α .1.4

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να δημιουργήσετε τις εξισώσεις

i) Το άθροισμα δυο διαδοχικών αριθμών είναι 20,

ii) δυο αριθμοί διαφέρουν κατά 5 και έχουν άθροισμα 33

iii) αν τριπλασιάσουμε τα χρήματα της Ελένης και αφαιρέσουμε από αυτά 20 ευρώ θα βρούμε 2 ευρώ περισσότερα από όσες έχει,

iv) το άθροισμα δυο αριθμών όταν ο ένας είναι διπλάσιος από τον άλλο είναι 45,

v) Ο Κώστας έχασε 3 αυτοκινητάκια και τώρα έχει τα ¾ αυτών που είχε πρώτα,

2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία Α είναι τριπλάσια της Γ και η Β είναι διπλάσια της Γ. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου. (Απ : Γ=30 , Β=60 , Α=90)

3. Χωρικός ρωτήθηκε πόσα πρόβατα και πόσες κότες έχει και απάντησε ως εξής ‘‘τα ζώα μου έχουν όλα μαζί 32 κεφάλια και 82 πόδια’’. Πόσα πρόβατα και πόσες κότες είχε ο χωρικός; (Απ: 23 κότες και 9 πρόβατα)

4. Να βρεθεί αριθμός που το διπλάσιο του αυξημένο κατά 5 ισούται με το τριπλάσιο του ελαττωμένο κατά 19.(Απ: το 24)

5. Ο πατέρας του Κωνσταντίνου έχει την τριπλάσια ηλικία από τον γιο του. Ο Κωνσταντίνος υπολογίζει ότι μετά από 15 χρόνια ο πατέρας του θα έχει διπλάσια χρόνια από αυτόν. Πόσο χρονών είναι **σήμερα** ο Κωνσταντίνος και πόσο ο πατέρας του. (Απ: Ο πατέρας είναι 40 και η κόρη 10 ετών)

6. Ένας πατέρας έχει τετραπλάσια ηλικία από την κόρη του. Μετά από 20 χρόνια θα έχει διπλάσια. Ποια είναι η σημερινή του ηλικία;

7. Ένα γυμνάσιο έχει 350 μαθητές. Η Α τάξη έχει 20 μαθητές περισσότερους απο την Β και η Γ έχει 32 λιγότερους απο την Α. Πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη του γυμνασίου ; (Απ : Α 134 , Β: 114 , Γ: 102)

8. Να βρείτε δυο διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς με άθροισμα 65.
(Θεωρείστε τον πρώτο στην σειρά αριθμό ως x άρα αο επόμενος θα είναι x+1)

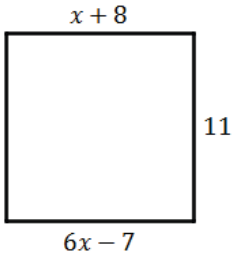
9. Να βρείτε δυο διαδοχικούς άρτιους φυσικούς αριθμούς με άθροισμα 48
(Θεωρείστε τον πρώτο στην σειρά άρτιο αριθμό ως 2 x άρα ο επόμενος θα είναι 2x+2)

10. Να βρείτε τρεις διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς με άθροισμα 84

11. Μια παρέα έχει παραγγείλει σουβλάκια, αν όλοι έτρωγαν από 4 σουβλάκια θα περίσσευαν 2, αλλά επειδή ένας από την παρέα νήστευε, μοιράστηκαν οι υπόλοιποι από 6 και δεν περίσσεψε κανένα. Να βρεις πόσα άτομα είναι η παρέα και πόσα σουβλάκια παράγγειλαν. (18 σουβλάκια , 4 άτομα)

12. Ένας πατέρας μοίρασε στα τέσσερα παιδιά του 160 ευρώ . Στον Φίλιππο έδωσε τριπλάσια χρήματα από τον Κωνσταντίνο, στην Αννίτα έδωσε 20 ευρώ λιγότερα από τα διπλάσια χρήματα του Κωνσταντίνου και στο Σταύρο τα τριπλάσια χρήματα της Αννίτας. Πόσα χρήματα πήρε ο καθένας; (Απ : Φίλιππος 60 , Κωνσταντίνος 20 , Αννίτα 20 , Σταυρος 60)

13. Να εξετάσετε κατά πόσο το διπλανό ορθογώνιο είναιτετράγωνο και αν ναι, να βρείτε το εμβαδόν του.(Απ Είναι , εμβαδόν : 121 τμ)



14. Ένας μαθητής εργάστηκε κατά τη διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών για 50 μέρες και πήρε συνολικά 1200 ευρώ Κάθε εργάσιμη μέρα έπαιρνε 20 ευρώ και για κάθε αργία τα διπλάσια λεφτά. Να βρείτε πόσες αργίες είχε δουλέψει (10 αργίες)

15. Αν ο Μέγας Αλέξανδρος πέθαινε 9 χρόνια νωρίτερα, τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το $\frac{1}{8}$ του χρόνου της ζωής του. Αν όμως πέθαινε 9 χρόνια αργότερα και εξακολουθούσε να βασιλεύει, τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το $\frac{1}{2}$ του χρόνου της ζωής του.
Έστω χ τα χρόνια που έζησε ο Μέγας Αλέξανδρος και ψ τα χρόνια που βασίλεψε.
α) Δύο από τις επόμενες εξισώσεις μας δίνουν τα χρόνια της βασιλείας του Μέγα Αλέξανδρου. Ποιες είναι αυτές; Α.: $\psi = \frac{1}{8}\chi + 9$ Β.: $\psi = \frac{1}{8}(\chi - 9) + 9$ Γ.: $\psi = \frac{1}{2}(\chi + 9) - 9$ Δ.: $\psi = \frac{1}{2}\chi - 9$
β) Να βρεθεί πόσα χρόνια έζησε ο Μέγας Αλέξανδρος και πόσα βασίλεψε

16. Ένα αυτοκίνητο διανύει μια απόσταση χ Km σε 3 h. Αν αυξήσει την μέση ταχύτητά του κατά 20 Km/h θα διανύσει την ίδια απόσταση σε 2h και 24min.
Υπολογίστε την απόσταση που διανύει το αυτοκίνητο καθώς και την μέση ταχύτητα που έχει όταν χρειάζεται χρόνο 3h για να την διανύσει

17. Σε ένα διψήφιο αριθμό το ψηφίο των μονάδων είναι διπλάσιο του ψηφίου των δεκάδων. Αν εναλλάξουμε την θέση των ψηφίων, προκύπτει αριθμός μεγαλύτερος του πρώτου κατά 27. Ποιος είναι ο αριθμός (ΥΠΟΔΕΙΞΗ: ένας διψήφιος αριθμός που έχει χ δεκάδες και ψ μονάδες γράφεται 10χ + ψ)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α.2

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.2.1

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΡΙΖΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες:

   $\sqrt{225}$, $\sqrt{1600}$, $\sqrt{0,01}$, $\sqrt{10000}$, $\sqrt{1,21}$

2. Εξετάστε αν οι αριθμοί $\sqrt{36}+\sqrt{64}$ και $\sqrt{36+64}$ είναι ίσοι.

3. Να συγκρίνετε τους αριθμούς :

   $6\sqrt{4}$ και 12 , $5\sqrt{81}$ και $\sqrt{4}\cdot 81$,

   $\sqrt{2^2}$ και 4 $\sqrt{(-3)^2}$ και $\sqrt{3^2}$,

4. Υπολογίστε την παράσταση $A=3\sqrt{5^2}+2\sqrt{(-5)^2}$ (Απ : 25)

5. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

   $A=\sqrt{121}-\sqrt{169}+2\cdot\sqrt{64}-3\sqrt{49}$ (Απ: -7)

   $B=\sqrt{100}+\sqrt{144}-3\cdot\sqrt{81}-\sqrt{36}$ (Απ: -11)

6. Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες:

   $A=\sqrt{\frac{1}{9}}$, $B=\sqrt{\frac{100}{49}}$, $\Gamma=\sqrt{\frac{25}{16}}$

7. Να γίνουν οι πράξεις :

   α) $4\sqrt{\frac{1}{4}}-8\cdot\sqrt{\frac{9}{16}}+3\cdot\sqrt{\frac{25}{9}}$ β) $\sqrt{22+\sqrt{9}}$

   γ) $\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{4}}}}$ (Απ : α) 1 , β) 5 γ) 5)

8. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις

$A = \sqrt{4 \cdot \sqrt{16}}$ $B = \sqrt{2 \cdot \sqrt{4}}$ $\Gamma = \sqrt{5 \cdot \sqrt{25}}$ $\Delta = \sqrt{3 \cdot \sqrt{(1+\sqrt{9})4} + 4}$

(Απ : A= 4 , B = 4 , Γ = 5 ,Δ = 4)

9. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\sqrt{31-\sqrt{40-\sqrt{16}}}$ (Απ: 5)

10. Να λύσετε την εξίσωση : $3x^2 = 27$

11. Να λύσετε την εξίσωση : $4x^2 + 2x^2 = 54$

ΑΡΡΗΤΟΙ

12. Να βρείτε μεταξύ ποιών φυσικών αριθμών βρίσκονται οι παρακάτω τετραγωνικές ρίζες

$\sqrt{10}$, $\sqrt{160}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{1000}$

13. Υπολογίστε τις παραστάσεις

A= $(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$ (Απ : -1) B = $(\sqrt{8}-\sqrt{6})\cdot(\sqrt{8}+\sqrt{6})$ (Απ : 2)

Γ= $\sqrt{\frac{32}{16}} - 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (Απ : $\sqrt{3}-\sqrt{2}$)

14. Να λύσετε τα τις εξισώσεις :

α) $x^2 = 9$, β) $x^2 = 169$, γ) $x^2 = 1$, δ) $x^2 = \frac{9}{25}$

15. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\sqrt{7}+2\sqrt{3}+5\sqrt{7}-2\sqrt{3}$ (Απ : $6\sqrt{7}$)

16. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $\sqrt{81}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}-3\cdot\sqrt{2}$ (Απ: $9\sqrt{2}$)

17. Να απλοποιήσετε την παράσταση $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-7\sqrt{2}+\sqrt{2}$ (Απ : $2\sqrt{2}$)

18. Να απλοποιήσετε την παράσταση $7\sqrt{3}+4\sqrt{5}-2\sqrt{3}+12\sqrt{5}$ (Απ : $5\sqrt{3}-16\sqrt{5}$)

19. Να απλοποιήσετε την παράσταση $2(3\sqrt{2}+5\sqrt{3})+3(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})-\sqrt{3}-12\sqrt{2}$ (Απ: 0)

20. Να αποδείξετε ότι

$(3\cdot\sqrt{2})^2 = 18$, $(2\cdot\sqrt{3})^2 = 12$, $(4\cdot\sqrt{5})^2 + (2\cdot\sqrt{7})^2 = 38$

21. Να λύσετε τα τις εξισώσεις :

α) $x^2 = 2$, β) $x^2 = 32$, γ) $x^2 = 7$,

22. Να λύσετε τις εξισώσεις:α)_ $2x^2 = 54$ β) $3x^2 = 30$ γ) : $\frac{x^2}{4} = 5$

23. Να λύσετε την εξίσωση : $4x^2 + 2x^2 = 48$

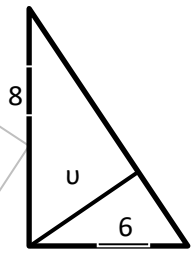
24. Να λύσετε τις εξισώσεις α) $5\sqrt{2}\,x = 20\sqrt{2}$ β) $3x + 4\sqrt{5}\,x = x\sqrt{5} + 12$

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.2.3

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΕΣ ΡΙΖΕΣ ΚΑΙ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει κάθετες πλευρές 6cm και 8cm.



α) Να υπολογίσετε το μήκος της υποτείνουσάς του. (Απ 10)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό του. (Απ 48)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα. (Απ 9,6)

2. Ένα τετράγωνο έχει διαγώνιο 10cm, να υπολογιστεί η πλευρά του. (Απ : x = $\sqrt{50}$)
3. Ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με κάθετη πλευρά 6cm . Να βρεθεί η υποτείνουσα του και το εμβαδό του.(Απ: υποτ = $\sqrt{72}$, Ε= 36)
4. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά 6cm να υπολογίσετε το ύψος του και το εμβαδό του . (Απ: υ =$\sqrt{27}$, $E = 3\sqrt{27}$)
5. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει ύψος υ =$2\sqrt{3}$ m. Να υπολογίσετε την πλευρά του .
6. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο με πλευρές α= 1 cm β= $\sqrt{2}$ cm και γ= $\sqrt{3}$ cm είναι ορθογώνιο
7. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο με πλευρές α=$\sqrt{8}$cm β= $\sqrt{10}$cm και γ= $\sqrt{20}$cm είναι ορθογώνιο
8. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο με πλευρές γ=$\sqrt{8}$cm β= $\sqrt{17}$cm και α= 5 cm είναι ορθογώνιο
9. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει υποτείνουσα α=$\sqrt{31}$ cm , και η μία κάθετη πλευρά του είναι β=$\sqrt{15}$ cm. Να υπολογίσετε το μήκος της άλλης κάθετης πλευράς του (Απ : 4)
10. Να υπολογίσετε την πλευρά ενός τετραγώνου με διαγώνιο μήκους $3\sqrt{2}$ cm (Απ χ=3)
11. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει εμβαδό 30 cm^2 και η μία κάθετη πλευρά του είναι 12 cm .Να υπολογίσετε τις άλλες δύο πλευρές του. (απ 5 cm και 13 cm)
12. Ένα οικόπεδο σχήματος τετραγώνου έχει εμβαδόν 400 τετραγωνικά μέτρα. Ποιο είναι το μήκος της διαγωνίου του; (Απ : $\sqrt{800}$)
13. Να υπολογίσετε την τιμή της A = $x^2y + y^2x^2$. εάν x= $\sqrt{5}$ και y =-4
14. Ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο έχει εμβαδόν 12 cm^2 . Να βρεθεί το μήκος της υποτείνουσας του . (Απ : $\sqrt{24}\ cm$)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α.3
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΟΛΟ ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ (ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ ΣΧΟΛΙΚΟΥ)

1. Ένα κατάστημα ρούχων κάνει 10% έκπτωση σε όλα τα προϊόντα του.
   α) Να βρείτε την σχέση που εκφράζει τις νέες εκπτωτικές τιμές σε σχέση με τις παλιές .
   β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης που προέκυψε προηγουμένως.
   γ) Από την γραφική παράσταση να βρείτε την εκπτωτική τιμή ενός ρούχου που κόστιζε πρίν 20 ευρώ
   δ) Από την γραφική παράσταση να βρείτε την αρχική τιμή ενός ρούχου που κόστιζει στις εκπτώσεις 30 ευρώ

2. Δίνεται ο παρακάτω πίνακας τιμών δύο μεταβλητές x,y

x	27	30	2	21	5
y	81	90	6	84	20

   α) Να εξετάσετε αν τα ποσά είναι ανάλογα. Αν ναι να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x.
   β) Αν το y είναι 36 , πόσο θα πρέπει να είναι το x ;

3. Δίνεται η συνάρτηση y = αx. Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο Α (-1 , 6) να βρείτε το α. Κατόπιν να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση.

4. Δίνεται η συνάρτηση y = 2x.
   α) Να εξετάσετε αν η παραπάνω ευθεία διέρχεται από το σημείο Α (1009, 2018)
   β)Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο Μ (λ+1 , 6) , να βρείτε το λ.

5. Μια ευθεία ε περνάει από την αρχή των αξόνων και από το σημείο Α (-2 , 10).
   Να βρείτε ποια συνάρτηση έχει την ευθεία αυτή για γραφική παράσταση.

6. Να βρεθεί το λ ώστε το σημείο Α(λ -10 , λ+8) να ανήκει στην ευθεία y = -2x

7. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε οι ευθείες
   $(\varepsilon_1): y = (2\lambda - 3)x$, $(\varepsilon_2): y = (4\lambda + 12)x$, να είναι παράλληλες

8. Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζουν οι παρακάτω ευθείες με τον άξονα xx' :
   α) y = 1 β) $y = \frac{1}{2}x$ γ) y = 5x
   (Συμβουλευτείτε τον πίνακα τριγωνομετρικών αριθμών στο τέλος του βιβλίου)

9. Δίνεται η συνάρτηση y = -3x+2
   α) Να βρείτε την κλίση της καθώς και το σημείο στο οποίο αυτή τέμνει τον άξονα yy'
   β) Να εξετάσετε ποια από τα σημεία Α(-3,11) , Β (2,-5) , Γ (0,2) , Δ ($\frac{2}{3}$, 0) , Ε (0,3) , ανήκουν πάνω σε αυτήν την ευθεία
   γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης y = -3x + 2 όταν $-1 \le x \le 2$

10. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :
    y = -3x + 2 και $y = \frac{1}{3}x + 1$. Τι παρατηρείτε ;

11. Να βρείτε για ποια τιμή του α οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :
    y = (α + 1) x + 5 και y = (3 α – 7)x +5 είναι ευθείες παράλληλες.

12. Να βρείτε την τιμή του α αν γνωρίζετε ότι η ευθεία $y = \frac{3a+5}{3}x + 7$ έχει κλίση $\frac{1}{2}$

13. Να βρείτε για ποια τιμή του λ οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :
y = (2λ + 1) x + 5 και y = $\frac{3\lambda+5}{2}$x είναι ευθείες παράλληλες

14. Δίνεται η συνάρτηση y = 2x + β.
α) Να βρείτε το β αν ξέρετε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από το (0 , 3).
β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση.

15. Να βρείτε τη κλίση της ευθείας y = αx + 3 αν διέρχεται από το σημείο Α (1 , 1).
Διέρχεται η παραπάνω ευθεία από το σημείο Β (2 , -1);

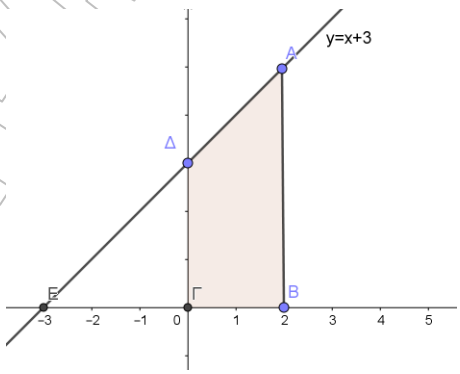
16. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α(0,6) και Β(3,0)

17. α) Να γράψετε την εξίσωση μιας ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση 1 και περνά από το σημείο Α(2,9)
β) Στη συνέχεια να βρείτε την γωνία που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα Οx

18. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 2 και διέρχεται από το σημείο Α(1,5)

19. Να γράψετε την εξίσωση μιας ευθείας που διέρχεται από το σημείο (0,7) και έχει κλίση -6

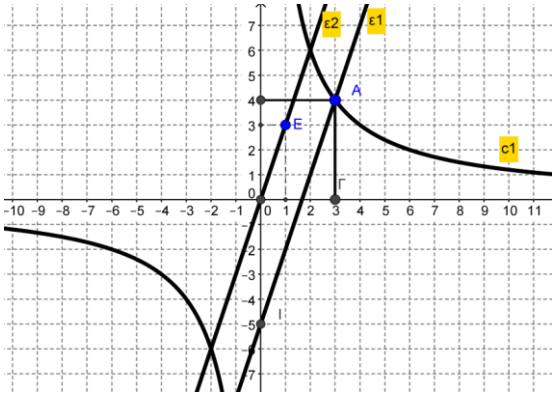
20. Στο διπλανό σχήμα 1 δίνεται η ευθεία y =x+3 .
α)Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ και την απόσταση του σημείου Ε από το Α
β) Να υπολογίσετε τα ημω , συν ω , εφω



21. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα τις υπερβολές
$y = \frac{12}{x}$ και $y = \frac{6}{x}$
(Στο πινακάκι που θα φτιάξετε πάρτε τιμές για το x : -6,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,6) .

22. Μια υπερβολή διέρχεται από το σημείο Κ (-4 ,1) . Να βρείτε την εξίσωσή της και να την σχεδιάσετε

23. Στο δίπλα σχήμα 2 να γράψετε τις εξισώσεις των ευθειών ε1,ε2 και της υπερβολής c1



24. α)Να συμπληρώσετε πίνακα αν γνωρίζετε ότι τα ποσά x , y είναι αντιστρόφως ανάλογα

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6
y			6						

β) Να γράψετε την εξίσωση της υπερβολής που είναι η γραφική παράστασης της συνάρτησης μεταξύ των παραπάνω ποσών
γ) Να σχεδιάσετε την υπερβολή

25. Στο διπλανό σχήμα 3 ένα σημείο Α βρίσκεται πάνω στην υπερβολή $y = \frac{3}{x}$. Βρείτε το εμβαδόν του ορθογωνίου ΟΓΑΒ αν x =6 , αν x=9 . Τι παρατηρείτε; Ποιο το εμβαδόν του ορθογωνίου όποιο και αν είναι το x;

