

ΘΕΜΑΤΑ ΤΗΣ ΤΡΑΠΕΖΑΣ ΓΙΑ ΤΟ 2^Ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**2.1 ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ – ΑΚΡΟΤΑΤΑ - ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ****ΘΕΜΑ 2ο****ΘΕΜΑ 1 14971**

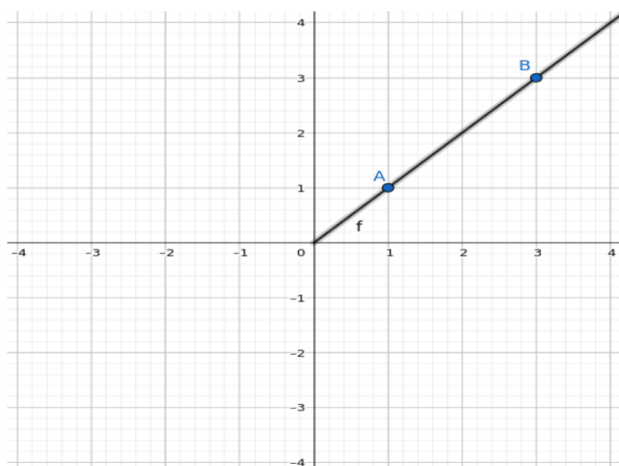
Δίνονται τα σημεία $A(1,1)$, $B(3,3)$.

α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις επόμενες ιδιότητες θα μπορούσε και ποιες δε θα μπορούσε να έχει μια συνάρτηση f , που ορίζεται σε όλους τους πραγματικούς αριθμούς και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα A και B .

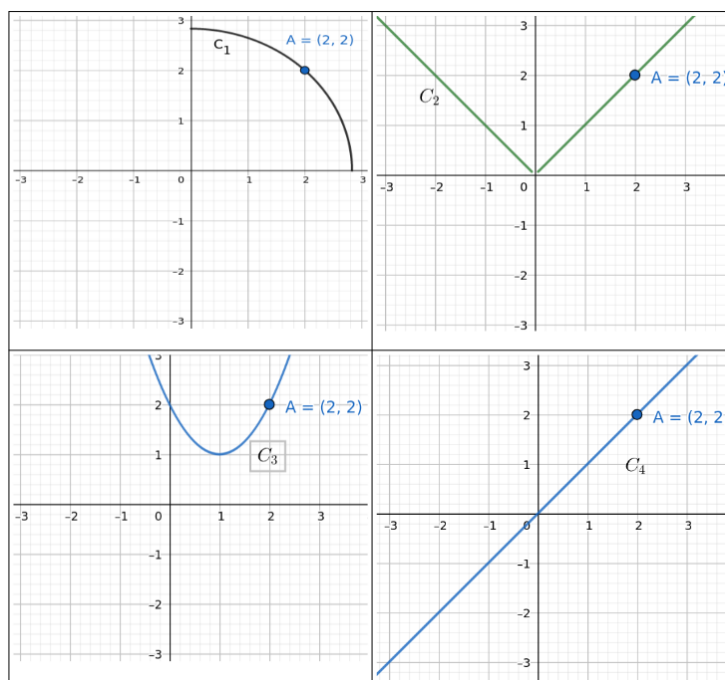
- i) είναι σταθερή συνάρτηση ii) είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση

(Μονάδες 12)

β) Να συμπληρώσετε την παρακάτω γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f , η οποία διέρχεται από τα A , B και είναι περιττή. (Μονάδες 13)

**ΘΕΜΑ 2 14976**

Δίνονται τα παρακάτω σχήματα

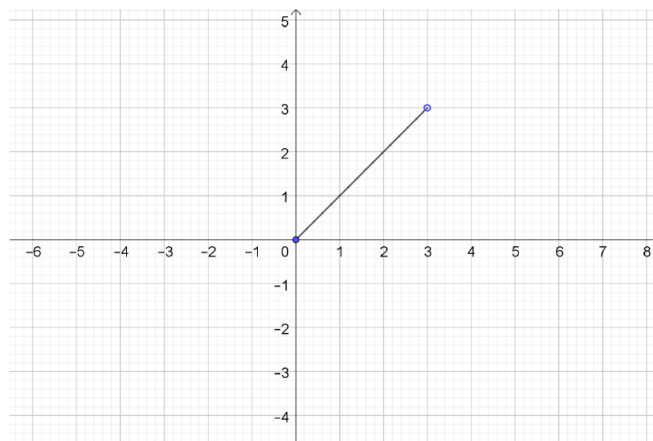


- α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις C_1, C_2, C_3, C_4 αναπαριστούν άρτιες ή περιττές συναρτήσεις, ποιες όχι και γιατί. Δίνεται ότι τουλάχιστον μια είναι άρτια και τουλάχιστον μια είναι περιττή. (Μονάδες 12)
- β) Για τις συναρτήσεις C_2, C_4 να βρείτε την τεταγμένη του σημείου τους $B(-2, \kappa)$, αιτιολογώντας την τιμή που βρήκατε από την ιδιότητα συμμετρίας καθεμίας συνάρτησης. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 3 15017

Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 3)$ είναι άρτια και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(2, 2)$.

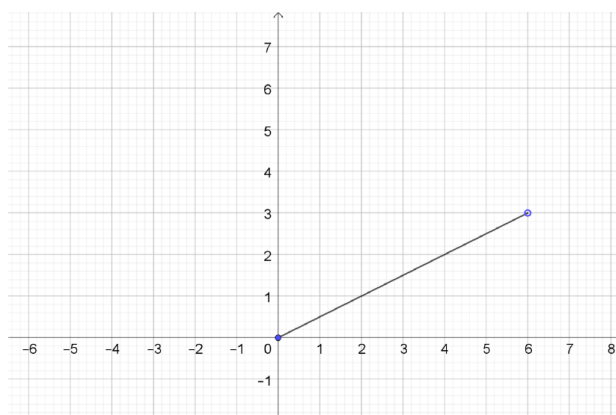
- α) Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)
- β) Να βρείτε το $f(-2)$. (Μονάδες 8)
- γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 3)$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4 15018

Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 6)$ είναι περιττή και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(4, 2)$.

- α) Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)
- β) Να βρείτε το $f(-4)$. (Μονάδες 8)
- γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 6)$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 5 15019

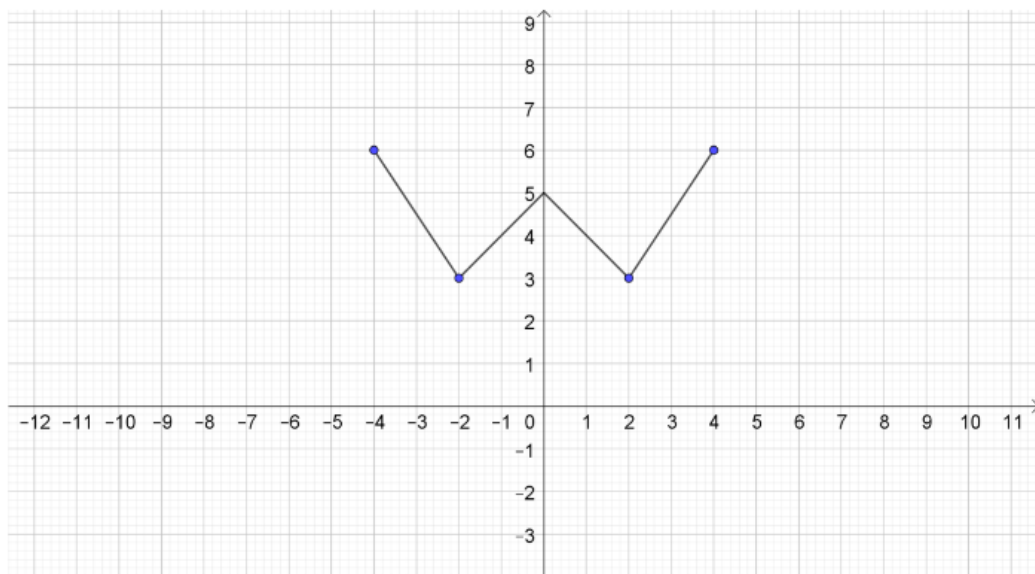
Δίνεται μια συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι $f(-1) = 2$ και $f(1) = 0$. Να αιτιολογήσετε (αλγεβρικά ή γραφικά)

- α) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι άρτια. (Μονάδες 8)
 β) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι περιττή. (Μονάδες 8)
 γ) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 6 15024

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[-4, 4]$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

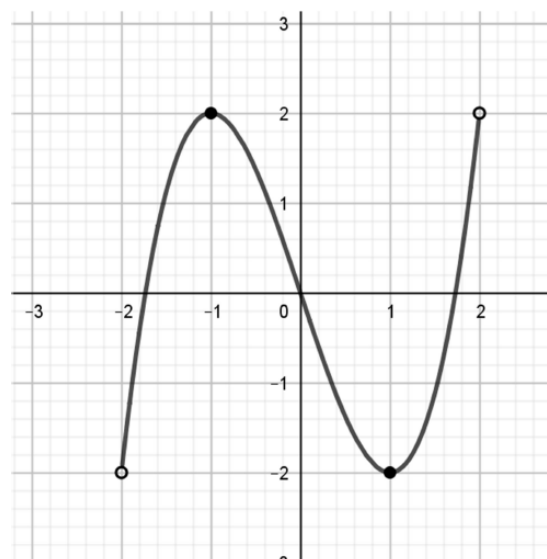
- α) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια. (Μονάδες 8)
 β) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f . (Μονάδες 8)
 γ) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f καθώς και για ποιες τιμές του x τις παρουσιάζει. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 7 15112

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $(-2, 2)$.

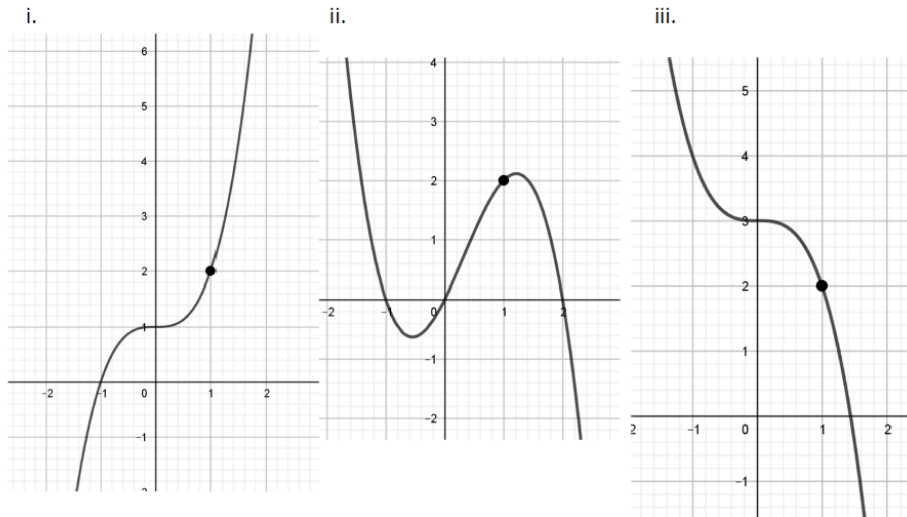
- α) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)
 β) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 8)
 γ) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 8 15114

Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.

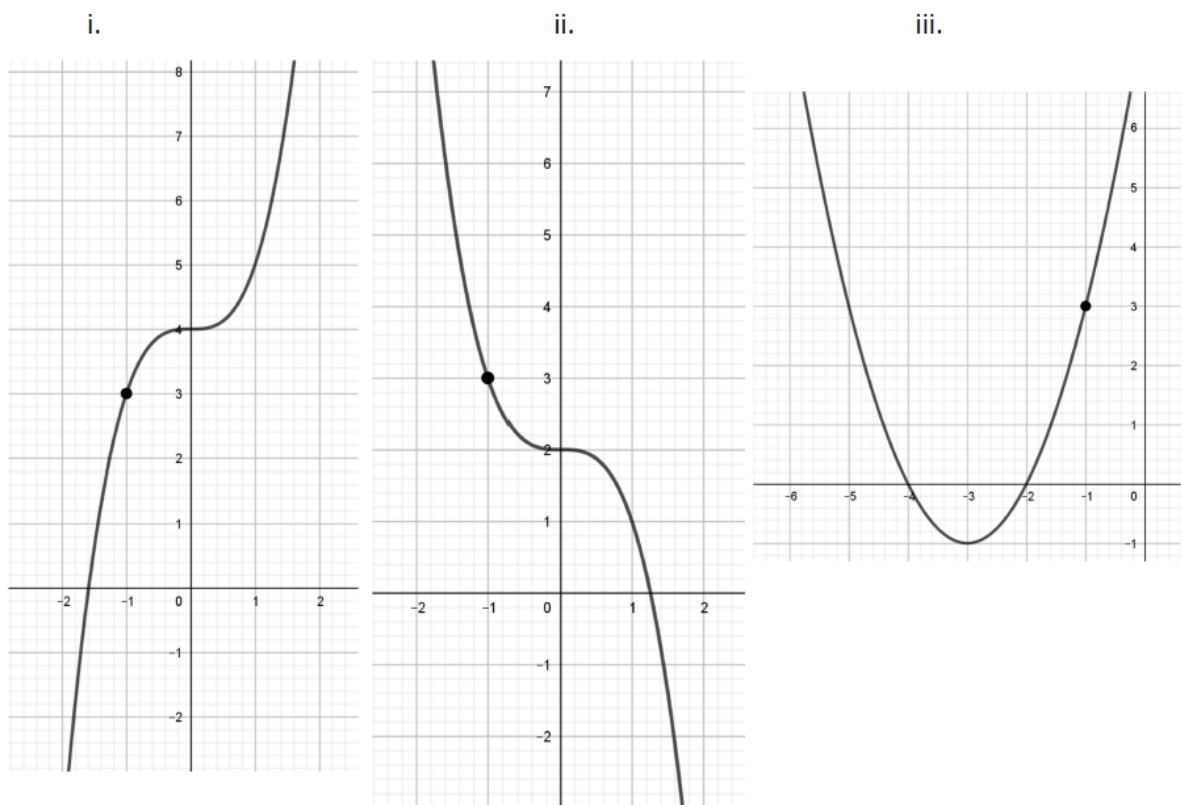
- α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2,9)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
- β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 9 15115

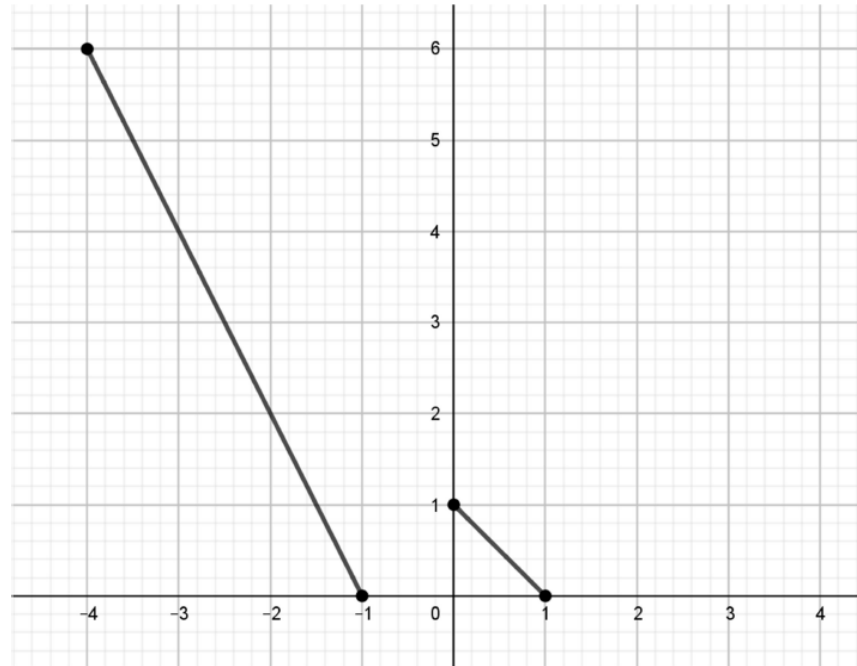
Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1,3)$.

- α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2,5)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
- β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 10 15116

Στο διπλανό σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίου ορισμού το διάστημα $[-4, 4]$.



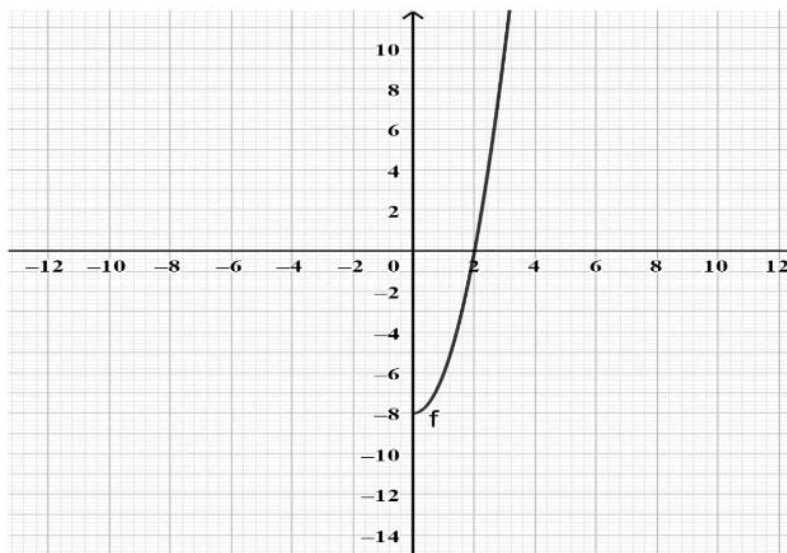
α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της f .
(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε

i) τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

ii) τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 11 15372



Στο παραπάνω σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Να μεταφέρεται το σχήμα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση με το κομμάτι της καμπύλης που λείπει. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

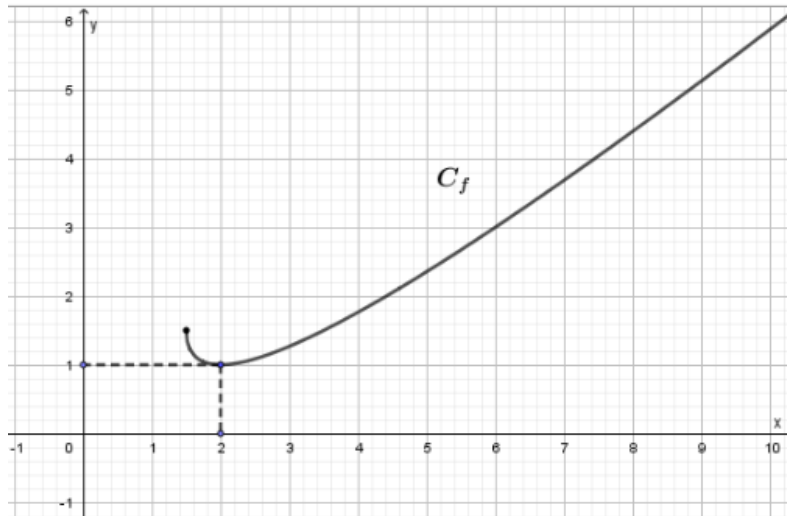
β) Να βρείτε:

i. Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f . (Μονάδες 8)

ii. Το είδος του ακροτάτου και τη θέση που το παρουσιάζει. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 12 15437

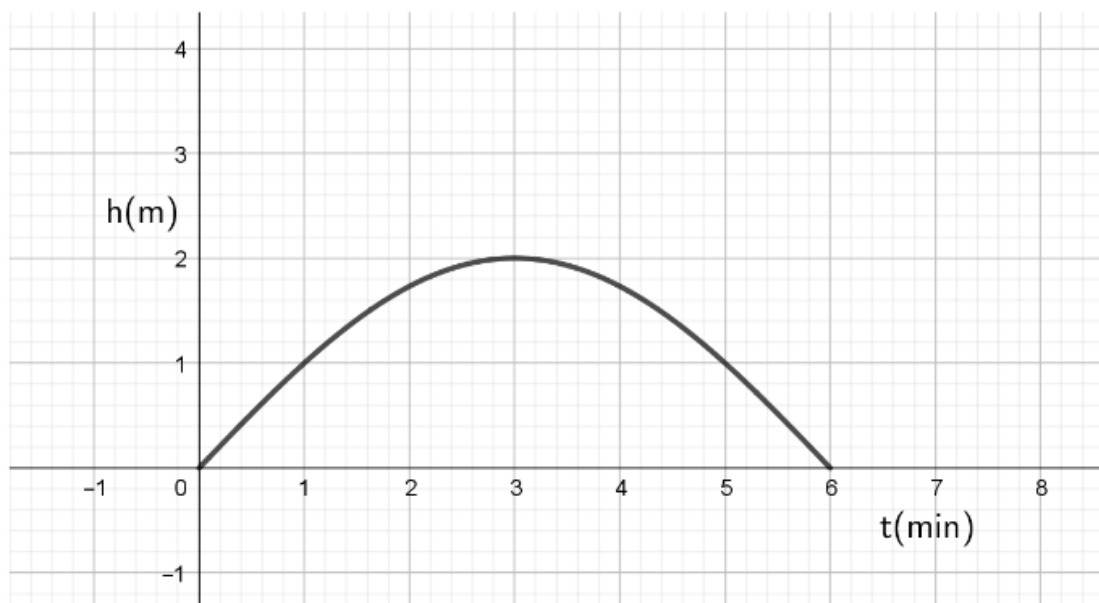
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - \sqrt{2x-3}$, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 7)
- β) Να προσδιορίσετε το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης, καθώς και τη θέση αυτού. (Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι
- γνησίως φθίνουσα (Μονάδες 5)
 - γνησίως αύξουσα (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 13 15645

Αντικείμενο κινείται κατακόρυφα. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά το ύψος h του αντικειμένου από το έδαφος για κάθε χρονική στιγμή t . Να βρείτε:

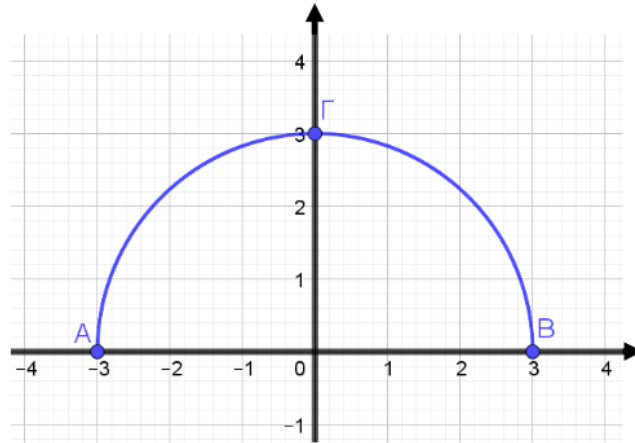


- α) Ποιες χρονικές στιγμές το αντικείμενο απέχει 1m από το έδαφος. (Μονάδες 5)
- β) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του αντικειμένου από το έδαφος και ποια χρονική στιγμή την επιτυγχάνει. (Μονάδες 10)
- γ) Ποιο χρονικό διάστημα το αντικείμενο απομακρύνεται από το έδαφος. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 14 16129

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 6)
 β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή. (Μονάδες 9)
 γ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της f και τις θέσεις των ακροτάτων. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4^ο

ΘΕΜΑ 15 15022

Θεωρούμε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-3, 3]$. Η συνάρτηση f είναι άρτια, γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-3, 0]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, 3]$.

- α) Να αποδείξετε ότι $f(-1) < f(2)$. (Μονάδες 6)
 β) Να αποδείξετε ότι $f(3) \geq f(x) \geq f(0)$ για κάθε $x \in [-3, 3]$. (Μονάδες 7)
 γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει ελάχιστο και μέγιστο και να βρείτε τις θέσεις μεγίστου και ελαχίστου. (Μονάδες 6)
 δ) Παρακάτω δίνονται 4 τύποι, από τους οποίους ένας μόνο μπορεί να είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να επιλέξετε το σωτό τύπο αιτιολογώντας την απάντησή σας.

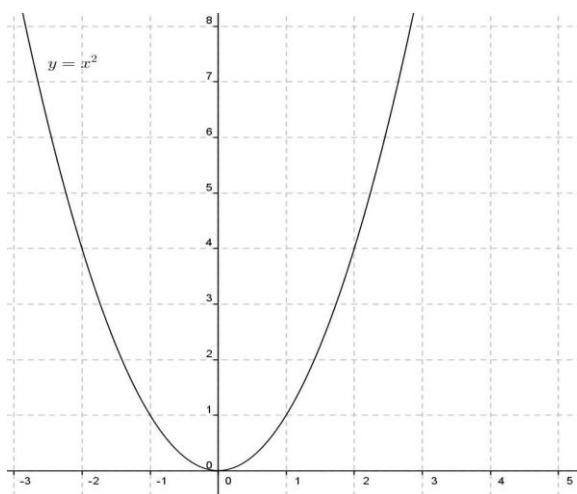
α. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ β. $f(x) = -\sqrt{9 - x^2}$ γ. $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ δ. $f(x) = -\sqrt{x^2 - 9}$

(Μονάδες 6)

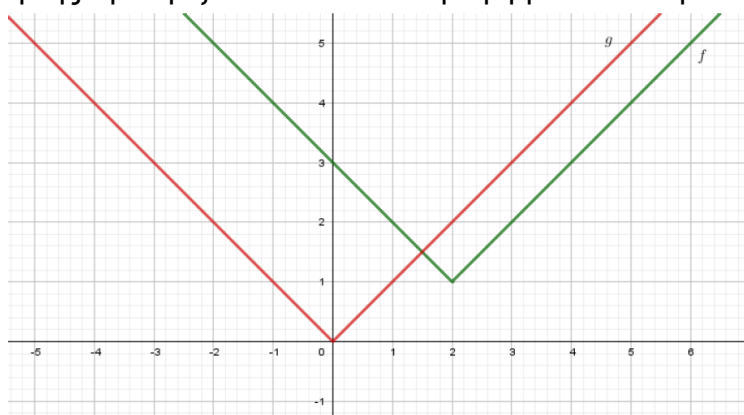
2.2 ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ – ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ**ΘΕΜΑ 2ο****ΘΕΜΑ 16 14230**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x - 2)^2 + 1$ (Μονάδες 10)
- β) Να αναφέρετε τις μετατοπίσεις της $y = x^2$ ώστε να προκύψει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , την οποία και να χαράξετε στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί. (Μονάδες 15)

**ΘΕΜΑ 17 14325**

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g , που ορίζονται στους πραγματικούς αριθμούς. Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.



Από τις γραφικές παραστάσεις να βρείτε:

- α) Τα διαστήματα μονοτονίας της f , το είδος του ακρότατου της f και την τιμή του. (Μονάδες 15)
- β) Αν $g(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ να επιλέξετε ποιος από τους παρακάτω είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

$$f(x) = |x + 2| + 1$$

$$f(x) = |x - 2| - 1$$

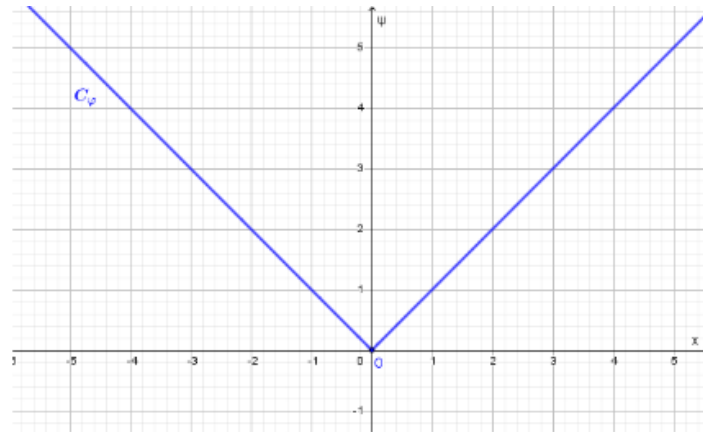
$$f(x) = |x + 2| - 1$$

$$f(x) = |x - 2| + 1$$

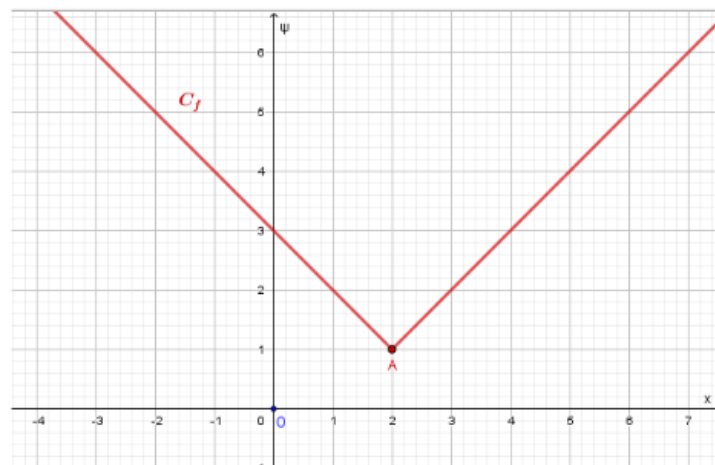
(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 18 14972

Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ με γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Επιπλέον οι συναρτήσεις $g(x) = |x - 2|$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = |x - 2| + 1$, $x \in \mathbb{R}$.



- α) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις g , f και να εξηγήσετε πως προκύπτουν μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της φ . (Μονάδες 13)
- β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f , η οποία δίνεται παρακάτω, να βρείτε:



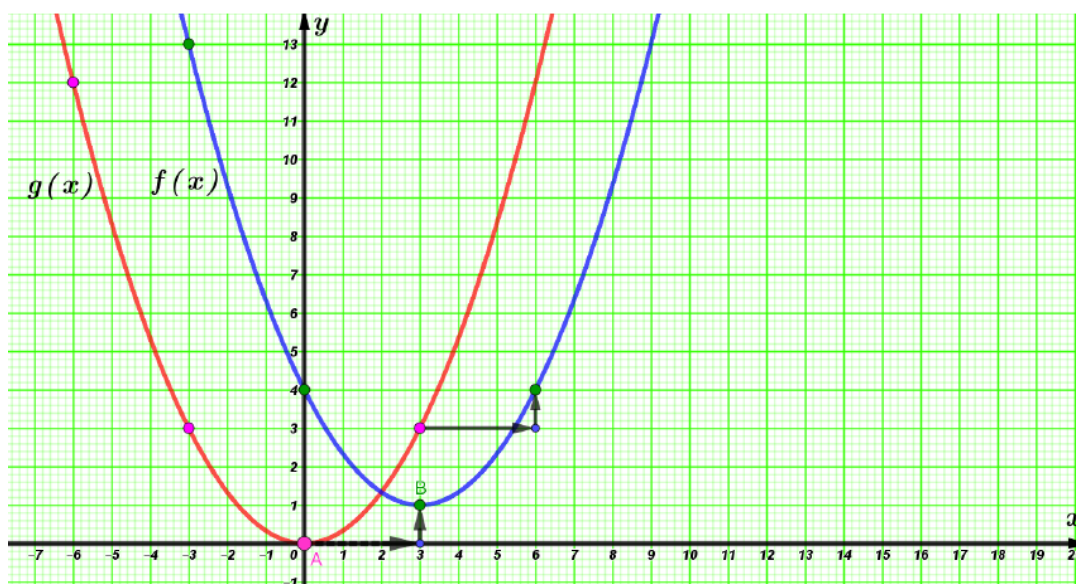
- i. Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια αύξουσα και γνήσια φθίνουσα. (Μονάδες 6)
- ii. Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι; (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 19 14983

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{3}x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ η οποία προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της $g(x)$ κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και μετά κατά μια μονάδα προς τα πάνω.

- α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση όσον αφορά τον τύπο της $f(x)$.
- i) $f(x) = g(x + 3) + 1$ ii) $f(x) = g(x + 3) - 1$
- iii) $f(x) = g(x - 3) + 1$ iv) $f(x) = g(x - 3) - 1$ (Μονάδες 9)
- β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$ και την θέση ελαχίστου. (Μονάδες 8)

- γ) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 20 15811

Στο διπλανό σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2 - 2$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Με βάση τη γραφική της παράσταση,

i) να αιτιολογήσετε γιατί η g είναι άρτια.

(Μονάδες 9)

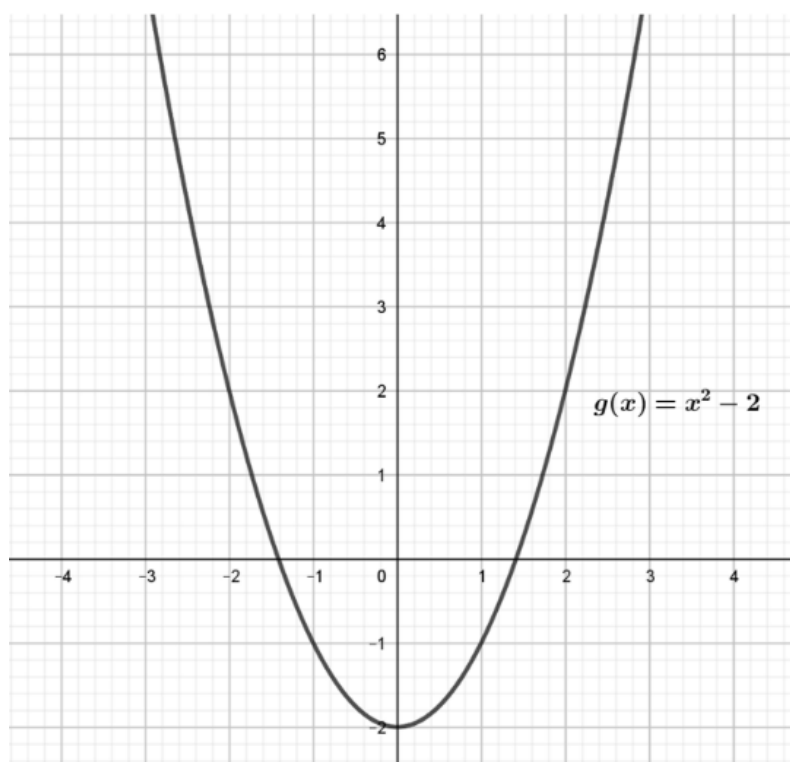
ii) να βρείτε το ελάχιστο της g και τη θέση αυτού.

(Μονάδες 7)

β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της $f(x) = x^2$ μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική

παράσταση της g που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

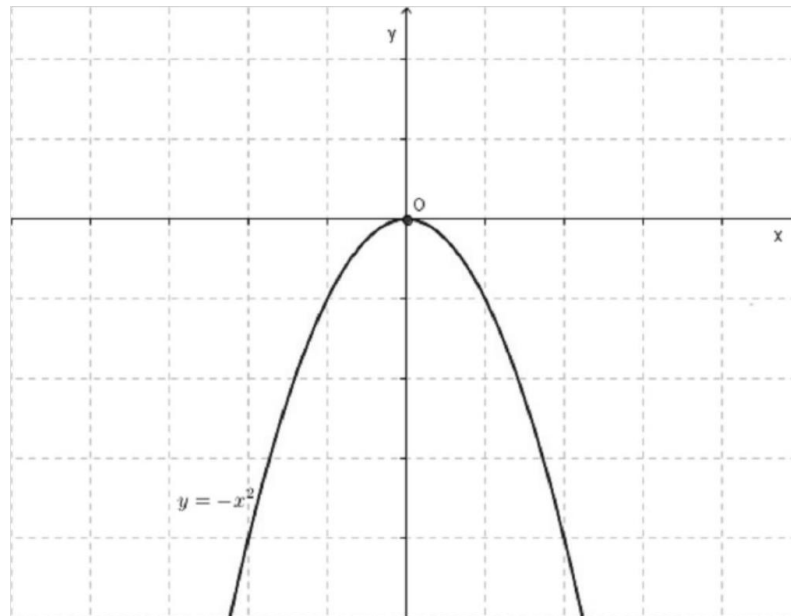
(Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4ο**ΘΕΜΑ 21 14293**

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = -x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f . (Μονάδες 10)
- β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f να βρείτε:
- Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη. (Μονάδες 5)
 - Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του. (Μονάδες 5)
 - Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa$, $\kappa < 2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ 22 14973**

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = 3x^2 - 6x + 8$, $x \in \mathbb{R}$

- α) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση φ είναι άρτια ή περιττή και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση. (Μονάδες 4)
- β) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 4)
- γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f να βρείτε:
- Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια μονότονη και τον άξονα συμμετρίας της συνάρτησης f . (Μονάδες 6)
 - Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι; (Μονάδες 4)
 - Το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας με εξίσωση $y = \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ . (Μονάδες 7)