

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1^{ΟΥ} ΒΑΘΜΟΥ**1^Η Περίπτωση: Κλασματικές εξισώσεις**

Κλασματικές λέγονται οι εξισώσεις που έχουν άγνωστο στον παρονομαστή

Στις κλασματικές εξισώσεις πρέπει να αποκλείσουμε τις τιμές του αγνώστου που θα μπορούσαν να μηδενίσουν τον παρονομαστή.

Για να το πετύχουμε αυτό βρίσκουμε το Ε.Κ.Π των παρονομαστών και λύνουμε την εξίσωση Ε.Κ.Π.≠0

Τα βήματα επίλυσης μιας κλασματικής εξίσωσης είναι:

1. Παραγοντοποιώ τους παρονομαστές
2. Βρίσκω το Ε.Κ.Π των παρονομαστών και λύνω την εξίσωση Ε.Κ.Π ≠0
3. Πολλαπλασιάζω κάθε όρο της εξίσωσης με το Ε.Κ.Π των παρονομαστών
4. Κάνω απλοποιήσεις ώστε να προκύψει εξίσωση χωρίς παρονομαστές
5. Εκτελώ τους πολλαπλασιασμούς που προκύπτουν και κάνω απαλοιφή παρενθέσεων
6. Χωρίζω γνωστούς από αγνώστους αν προκύπτει εξίσωση πρώτου βαθμού ή μεταφέρω όλους τους όρους στο πρώτο μέλος αν είναι μεγαλύτερου βαθμού
7. Κάνω αναγωγή ομοίων όρων
8. Αν είναι μεγαλύτερου βαθμού κάνω παραγοντοποίηση και δημιουργώ γινόμενο α.β=0 απ' όπου προκύπτει α=0 ή β=0
9. Διαιρώ με συντελεστή του αγνώστου αν αυτός είναι διαφορετικός του μηδενός ή εξετάζω αν η εξίσωση είναι αδύνατη ή ταυτότητα
10. Εξετάζω ποιες από τις ρίζες που βρήκα μπορώ να δεχτώ με βάση το βήμα 2

Παραδείγματα κλασματικών εξισώσεων

Παράδειγμα 1ο

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{1}{x^2 - x} - \frac{x - 1}{x^2 + x} = \frac{2}{1 - x^2}$$

Λύση**B1. Παραγοντοποιώ τους παρονομαστές**

$$x^2 - x = x(x-1)$$

$$x^2 + x = x(x+1)$$

$$1 - x^2 = -(x^2 - 1) = -(x-1)(x+1)$$

B2. Υπολογίζω Ε.Κ.Π των παρονομαστών που είναι: $x(x-1)(x+1)$ Ισχύει Ε.Κ.Π $\neq 0$ άρα $x \neq 0$ και $x \neq 1$ και $x \neq -1$ **B3. Πολλαπλασιάζω κάθε όρο της εξίσωσης με το Ε.Κ.Π των παρονομαστών**

$$x(x-1)(x+1) \frac{1}{x(x-1)} - x(x-1)(x+1) \frac{x-1}{x(x+1)} = -x(x-1)(x+1) \frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

B4. Κάνω απλοποιήσεις ώστε να προκύψει εξίσωση χωρίς παρονομαστές

$$(x+1) \cdot 1 - (x-1)^2 = -2x$$

B5. Εκτελώ τους πολλαπλασιασμούς που προκύπτουν και κάνω απαλοιφή παρενθέσεων

$$(x+1) \cdot 1 - (x-1)^2 = -2$$

$$x+1 - (x^2 - 2x + 1) = -2x$$

$$x^2 - 5x = 0$$

B6. Κάνω παραγοντοποίηση κι έχω: $x(x-5) = 0$ άρα $x = 0$ ή $x = 5$ **Όμως $x \neq 0$ άρα δεκτή μόνο η λύση $x=5$**