

Β ΛΥΚΕΙΟΥ
Άλγεβρα Γενικής Παιδείας
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1 (2_22640)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 12$

α) Να αιτιολογήσετε γιατί το διώνυμο $x - 3$ είναι παράγοντας του $P(x)$

Μονάδες 13

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

Μονάδες 12

ΑΣΚΗΣΗ 2 (2_22641)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 30$ με $a \in \mathbb{R}$, για το οποίο γνωρίζουμε ότι έχει ρίζα το 5.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του a .

Μονάδες 12

β) Για $a = -4$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

Μονάδες 13

ΑΣΚΗΣΗ 4 (2_22643)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ με $\beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$, το οποίο έχει ρίζες τους αριθμούς 0, 1 και 3.

α) Να δείξετε ότι $\beta = -4$, $\gamma = 3$ και $\delta = 0$.

Μονάδες 15

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

Μονάδες 10

ΑΣΚΗΣΗ 6 (2_22645)

Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2x^4 - x^3 + ax^2 - 5x + 6$ διέρχεται από το σημείο $M(-2, 0)$.

α) να αποδείξετε ότι $a = -14$

Μονάδες 12

β) να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 13

ΑΣΚΗΣΗ 7 (2_22646)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 - 10x^2 + 9x - 2$

α) Να κάνετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $3x^2 - 4x + 1$ και να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 15

β) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$

Μονάδες 10

ΑΣΚΗΣΗ 8 (2_22647)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$

α) Να βρείτε τα σημεία τομής, της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$

Μονάδες 15

β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$

Μονάδες 10

ΑΣΚΗΣΗ 12 (2_22683)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 6$

α) Αν γνωρίζετε ότι η τιμή του πολυωνύμου για $x = 1$ είναι ίση με 10 και $P(2) = 10$ να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Μονάδες 12

β) Αν $\alpha = -5$ και $\beta = 8$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 10$

Μονάδες 13

ΑΣΚΗΣΗ 16 (2_22687)

Το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^4 - 2(\lambda - 1)x^3 + 2\lambda x^2 + \lambda + 1$ είναι $3^{\text{ο}}$ βαθμού.

α) Να δείξετε ότι $\lambda = -1$

Μονάδες 9

β) Να βρείτε το $P(x)$

Μονάδες 7

γ) Να βρείτε τις ρίζες του $P(x)$

Μονάδες 9

ΑΣΚΗΣΗ 18 (4_22759)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \gamma x + \delta, x \in \mathbb{R} \text{ και } \gamma, \delta \text{ πραγματικές σταθερές.}$$

α) Με βάση τη γραφική παράσταση, να αποδείξετε ότι $\gamma = -1$ και $\delta = 0$.

Μονάδες 5

β) Θεωρώντας τώρα δεδομένο ότι $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x$:

i) να αποδείξετε ότι $f(-x) = -f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

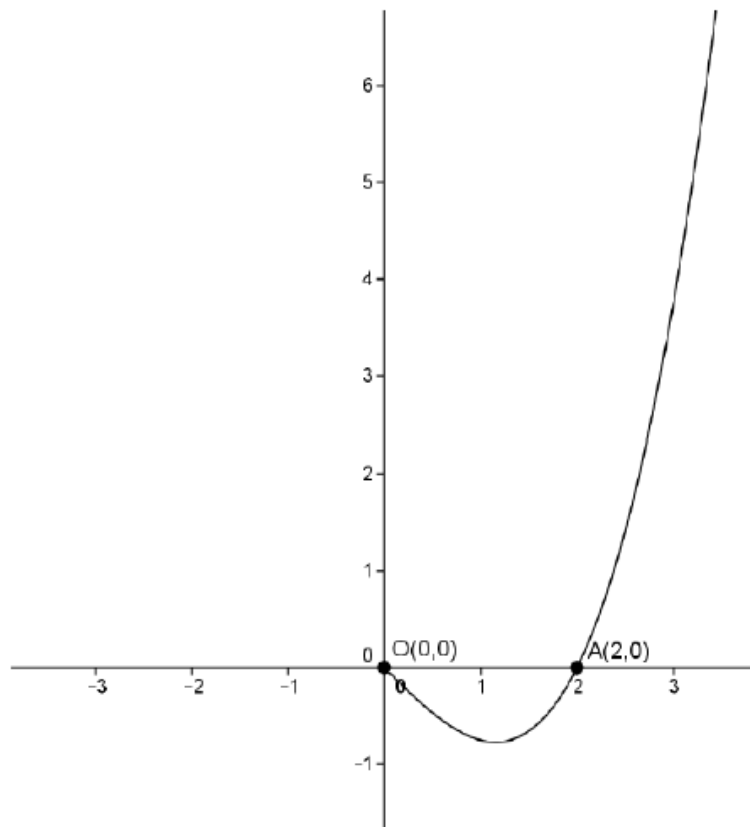
ii) να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της f για $x < 0$.

Μονάδες 5

iii) να επαληθεύσετε ότι $f(1) = -\frac{3}{4}$ και στη συνέχεια, να λύσετε τις εξισώσεις

$$f(x) = -\frac{3}{4} \text{ και } f(x) = \frac{3}{4}.$$

Μονάδες 10



ΑΣΚΗΣΗ 24 (4_22777)

Στο σχήμα φαίνονται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^3 - x^2$ και η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(0,1)$ και $B(1,-2)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας.

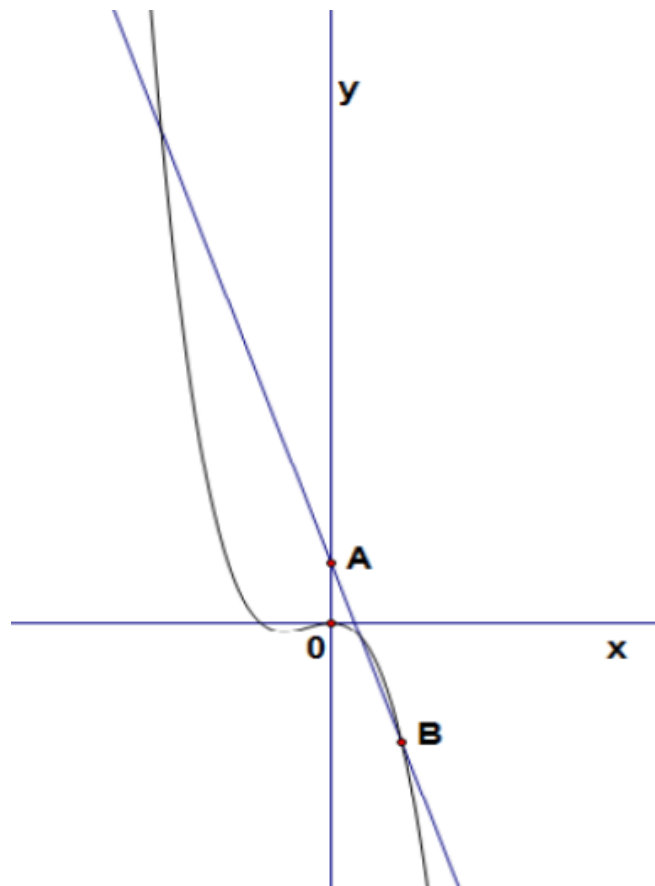
Μονάδες 7

β) Αν η ευθεία έχει εξίσωση $y = -3x + 1$, να βρείτε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας με τη γραφική παράσταση της f .

Μονάδες 9

γ) Να λύσετε την ανίσωση $-x^3 - x^2 < -3x + 1$.

Μονάδες 9



ΑΣΚΗΣΗ 1 (4_22766)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (κ^2 - 1)x^4 + \frac{1}{2}(κ + 1)x^3 + (κ - 1)x^2 - 3κx + λ$, $κ, λ \in \mathbb{R}$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των $κ$ και $λ$ αν το πολυώνυμο $P(x)$ είναι 3^{ου} βαθμού και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$ είναι ίσο με -4

Μονάδες 7

β) Για $κ = 1$ και $λ = -2$

i. Να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - 1$

Μονάδες 5

ii. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) + 4 = x^2 - 1$

Μονάδες 7

iii. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x)}{(x-1)^2(x+2)} \geq 1$

Μονάδες 6

ΑΣΚΗΣΗ 2 (4_22769)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + αx^2 + βx + 2$ με $α, β \in \mathbb{R}$

α) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με το $x + 1$ είναι ίσο με -6 , να βρείτε τα $α, β \in \mathbb{R}$

Μονάδες 7

β) Αν $α = -5$ και $β = 1$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

Μονάδες 8

γ) Να λύσετε την εξίσωση $2\sigma\upsilon\nu^3\omega + 5\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu\omega - 3 = 0$

Μονάδες 10

ΑΣΚΗΣΗ 3 (4_22772)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - x^3 + κx^2 + x + λ$ με $κ, λ \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε τις τιμές των $κ, λ \in \mathbb{R}$ όταν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και παράγοντα το $x + 2$

Μονάδες 7

β) Για $κ = -7$ και $λ = 6$, να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$

Μονάδες 9

γ) Για $κ = -7$ και $λ = 6$, να λυθεί η ανίσωση $\frac{P(x)}{x-5} \geq 0$

Μονάδες 9