

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

1. Απαντήστε αν είναι σωστές ή όχι οι παρακάτω προτάσεις.
 - i. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-r$ είναι ίσο με την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $P(x)$ για $x=r$.
 - ii. Αν για ένα πολυώνυμο $P(x)$ ισχύει $P(x) \neq 0$ τότε το $x-r$ δεν είναι παράγοντας του $P(x)$.
 - iii. Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρείται με το $x-r$ τότε $P(r)=0$
 - iv. Αν ο διαιρέτης σε μια διαίρεση πολυωνύμων είναι 2ου βαθμού τότε το υπόλοιπο έχει τη μορφή $ax+b$.
2. Η διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ με το x^2-3x δίνει πηλίκο $x^2+5x+10$ και υπόλοιπο $36x-24$.
 - α. Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$.
 - β. Να αποδείξετε ότι το x^2+3 είναι παράγοντας του $P(x)$.
 - γ. Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$.
3. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=\lambda x^2-(\lambda-1)x+3$ και $Q(x)=(\lambda-2)x^3-3\lambda x+9$. Να βρείτε τον αριθμό λ έτσι ώστε τα πολυώνυμα να αφήνουν το ίδιο υπόλοιπο όταν διαιρεθούν με το $x+2$.
4. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\lambda x^2-20x-6$
 - i. Να βρεθεί το λ ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x+3$.
 - ii. Για ποια τιμή του λ το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x): (x+2)$ είναι το 2
5. Πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το $x-1$ δίνει υπόλοιπο 3 και διαιρούμενο με το $x+2$ δίνει υπόλοιπο 9. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x-1)(x+2)$
6. Να προσδιοριστούν οι πραγματικοί αριθμοί κ, λ ώστε το πολυώνυμο

$P(x) = x^3 - \kappa x^2 + (\lambda - 1)x + 5$ να έχει για παράγοντα το $(x-1)(x+2)$.

7. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \alpha x^2 - (\alpha + \beta)x + 6$. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x^2 + x - 2$.

8. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4$.

α. Με σχήμα Horner να αποδείξετε ότι το $(x+1)^2$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

β. Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$.

9. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 - 5x^2 + \beta x + 12$ να έχει παράγοντα το $(x-2)^2$.

10. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 1$. Να βρεθούν οι α, β ώστε το $P(x)$ διαιρούμενο δια $x^2 - 3x + 2$ να δίνει υπόλοιπο $3x + 1$.

11. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 + \lambda)x^4 + (\lambda + 1)x^3 + 3x^2 + \mu - 1$ το οποίο είναι τρίτου βαθμού και έχει παράγοντα το $x-1$.

i. Να βρείτε τις τιμές των λ, μ .

ii. Να κάνετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x^2 + 3$ και στη συνέχεια να γράψετε τη σχετική ταυτότητα.

iii. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-1$.

12. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^5 + 3x^2 + \alpha x + \beta$ το οποίο διαιρούμενο με το $x^2 - 2$ δίνει υπόλοιπο $-x - 3$.

i. Να κάνετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x^2 - 2$ και στη συνέχεια να γράψετε τη σχετική ταυτότητα.

ii. Να βρείτε τις τιμές των α, β .

iii. Να δείξετε ότι το $x^3 + 2x + 3$ διαιρεί το πολυώνυμο $Q(x) = x + P(x) + 3$.

iv. Να δείξετε ότι η διαίρεση του πολυωνύμου $R(x) = P(2x+3) + (x+3)^{15} + 1$ με το $x+2$ είναι τέλεια.