

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1

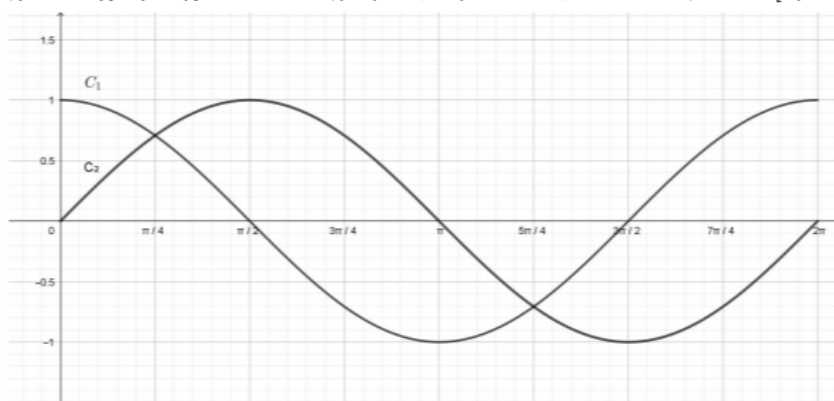
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\sigma\upsilon\nu x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .
(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .
(Μονάδες 7)

Άσκηση 2

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων έχουμε σχεδιάσει δύο γραφικές παραστάσεις C_1 και C_2 για $x \in [0, 2\pi]$.



α) Αν οι γραφικές παραστάσεις είναι των συναρτήσεων $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ και $g(x) = \eta\mu x$ για $x \in [0, 2\pi]$, ποια από τις C_1 , C_2 είναι η γραφική παράσταση της $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ και ποια της $g(x) = \eta\mu x$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 10)

β) Με την βοήθεια του σχήματος να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$.
(Μονάδες 15)

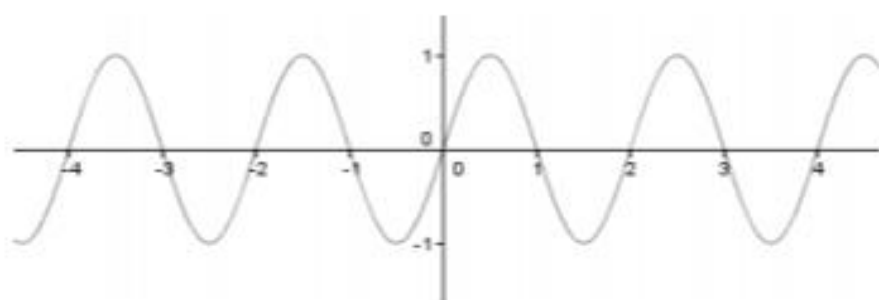
Άσκηση 3

Δίδεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \eta\mu(2\pi x)$.

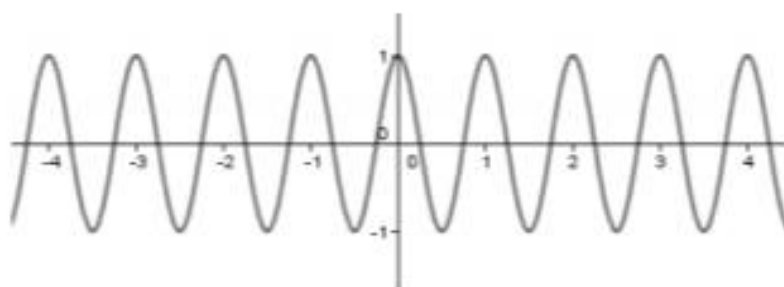
α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι περιοδική με περίοδο $T = 1$.
(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το $f(0)$ και το $f(\frac{1}{4})$.
(Μονάδες 8)

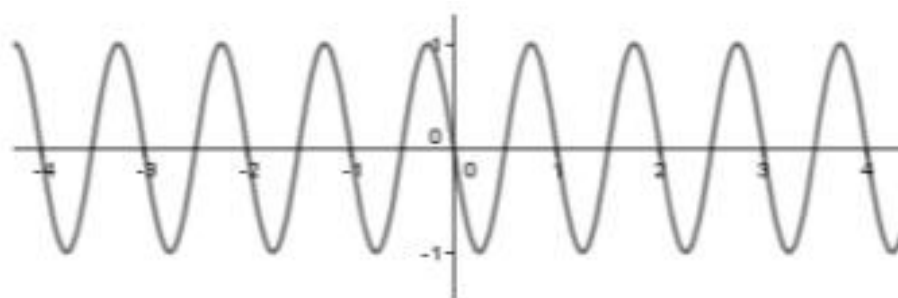
γ) Μία από τις παρακάτω τέσσερις καμπύλες αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . Ποια είναι αυτή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 9)



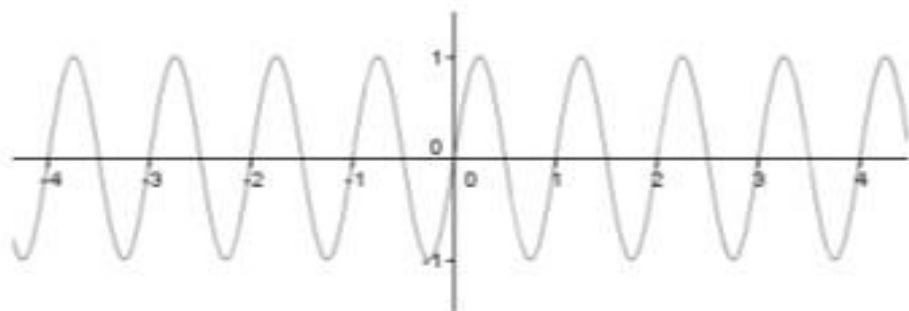
(i)



(ii)



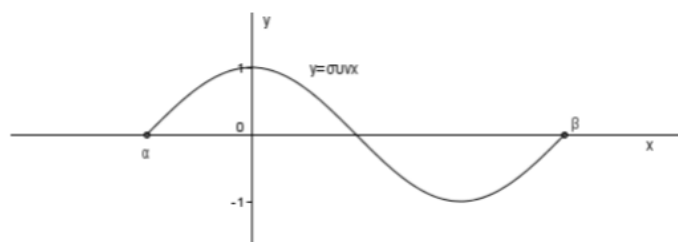
(iii)



(iv)

Άσκηση 4

Στο σχήμα φαίνεται απόσπασμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\sigma\upsilon\nu x$.



α) Να βρείτε τα α και β .
(Μονάδες 12)

β) Προς ποια κατεύθυνση και κατά πόσο πρέπει να μετατοπιστεί η παραπάνω καμπύλη ώστε να συμπίσει με τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\eta\mu x$;

Άσκηση 5

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu 2x, x \in \mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης f ;
(Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.
(Μονάδες 13)

Άσκηση 6

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\sigma\upsilon\nu 2x, x \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .
(Μονάδες 12)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα μιας περιόδου.
(Μονάδες 13)

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$\sigma\upsilon\nu 2x$					
$f(x) = -3\sigma\upsilon\nu 2x$					

Άσκηση 7

Δίνονται οι συναρτήσεις:

i. $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3}{2}x\right)$

ii. $g(x) = -5\eta\mu(\sqrt{3}x)$

iii. $h(x) = -\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2\pi}\right)$

Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή καθώς και η περίοδος για κάθε μια από τις παραπάνω συναρτήσεις.

Άσκηση 8

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \rho\eta\mu(\omega x)$, $\rho, \omega > 0$, η οποία έχει μέγιστη τιμή το 5 και περίοδο $T = \frac{\pi}{3}$, να βρείτε τις τιμές των ρ και ω .

Άσκηση 9

Να βρείτε το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x) = 4 - 3\eta\mu 5x$

Άσκηση 10

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{6\pi - x}{2}\right) + 3\eta\mu\left(\frac{5\pi + x}{2}\right)$

α. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\frac{x}{2}$

β. Να βρείτε την περίοδο, την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f

γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f για $-4\pi \leq x \leq 4\pi$

Άσκηση 11

Η συνάρτηση $f(x) = \alpha + \beta\eta\mu(\omega x)$ με $\beta < 0$ έχει περίοδο $T = \pi$, μέγιστη τιμή 3 και η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$.

α. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 1 - 2\eta\mu 2x$

β. Να σχεδιάσετε την f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.
