

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ - ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

1. Συμπληρώστε τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.
- α. $\ln \theta = x \Leftrightarrow \theta = \dots$ β. $\ln e = \dots$ γ. $\ln 1 = \dots$ δ. $\log 10 = \dots$
- ε. $e^{\ln \theta} = \dots$ στ. $\ln \theta_1 + \ln \theta_2 = \dots$ ζ. $\log \frac{\theta_1}{\theta_2} = \dots$
- η. Πεδίο ορισμού της $f(x) = \ln x$ είναι το
- θ. Σύνολο τιμών της $g(x) = \log x$ είναι το
- ι. Ως προς τη μονοτονία, η $f(x) = \ln x$ είναι και η $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
2. Να υπολογίσετε τους λογάριθμους.
- α. $\log_2 8$ β. $\log_2 \frac{1}{2}$ γ. $\log_{\frac{1}{2}} 8$
- δ. $\log \frac{1}{100}$ ε. $\ln \frac{1}{e}$ στ. $\ln \sqrt{e}$
3. Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων.
- α. $\frac{1}{2} \log 25 + \frac{1}{3} \log 8$ β. $\frac{\log 2 + \log 12 - \log 3}{\log 14 - \log 7}$ γ. $2 \ln e - 3 \ln \frac{1}{e^2} + \ln 1$
4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων.
- α. $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ β. $f(x) = \ln(|x - 1| - 1)$ γ. $f(x) = \ln \frac{e^x - 1}{x}$
5. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \ln x$ και $g(x) = \ln \frac{1}{x}$. Τι παρατηρείτε;
6. Να βρείτε από ποιες μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της $\varphi(x) = \ln x$ προκύπτουν οι γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων και να τις σχεδιάσετε.
- α. $f(x) = \ln(ex)$ β. $g(x) = \ln \frac{x+2}{e^2}$
7. Να λύσετε τις εξισώσεις.

- α. $\ln(x-2) + \ln(x+2) = \ln(8-x)$ β. $\log 9 + x \log 2 = \log 4 + x \log 3$
8. Να λύσετε τις εξισώσεις.
- α. $\ln^2 x - \ln x^2 - 3 = 0$ β. $9^{\log x} - 4 \cdot 3^{\log x} + 3 = 0$
9. Αφού δείξετε ότι $2^{\ln x} = x^{\ln 2}$, να λύσετε την εξίσωση $x^{\ln 2} + 2^{2-\ln x} = 5$
10. Να λύσετε τις ανισώσεις.
- α. $2 \ln x > \ln(x+2)$ β. $\frac{e^{2x}-3}{e^x-1} < 3$
11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 1)$
- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- β. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.
- γ. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.
12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(4^x - 2)$
- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- β. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.
- γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) + x \log 5 = x$
13. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{e^{2x}-1}{e^x+5}$
- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- β. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2 \ln 2$
- γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 0$