

Ρίζες

ασκ 1

Να εξετάσετε αν είναι αληθείς ή ψευδείς οι παρακάτω ισότητες

- | | | |
|--|---|---|
| i) $\sqrt{7} + \sqrt{9} = \sqrt{16}$ | Σ | Λ |
| ii) $\sqrt[4]{(1-\sqrt{3})^4} = 1-\sqrt{3}$ | Σ | Λ |
| iii) $(\sqrt{2+a})^2 = 2+a, a \in \mathbb{R}$ | Σ | Λ |
| iv) $\sqrt[8]{2^{15} + 2^{15}} = 4$ | Σ | Λ |
| v) $\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3}$ | Σ | Λ |
| vi) Αν α, β ομόσημοι ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$) ισχύει $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$ | Σ | Λ |
| vii) Οι αριθμοί $\sqrt{2012} - \sqrt{2011}, \sqrt{2012} + \sqrt{2011}$ είναι αντίστροφοι | Σ | Λ |

ασκ2

A)i) Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{27})(\sqrt{45} - \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{12})$$

$$B = \sqrt[4]{3}\sqrt[4]{\sqrt{29} - \sqrt{2}}\sqrt[4]{\sqrt{29} + \sqrt{2}}$$

$$\Gamma = \sqrt{3\sqrt[4]{3}\sqrt[3]{3^9}}$$

(Μονάδες 24)

ii) Να ρητοποιήσετε το κλάσμα $\frac{\Gamma}{\sqrt{-A} - \sqrt{B+1}}$, όπου A,B,Γ οι τιμές από το (i) ερώτημα.

(Μονάδες 6)

Β) Να δείξετε ότι :

$$\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}} = 3$$

ασκ3.

Α) Να δείξετε ότι :

$$\sqrt[8]{5^7 + 5^7 + 5^7 + 5^7 + 5^7} \leq 6$$

(Μονάδες 6)

Β) i) Να υπολογίσετε την παράσταση $(1+\sqrt{2})^3$

ii) Να βρεθεί η κυβική ρίζα της παράστασης $7+5\sqrt{2}$

(Μονάδες 10)

ασκ4.

Α) i) Αν $\alpha > 0$ να δείξετε ότι $\sqrt{1+(\alpha-1)(\alpha+1)} = \alpha$

ii) Χρησιμοποιώντας το ερώτημα (i) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \sqrt{\sqrt{1+499 \cdot 501} + \sqrt{1+399 \cdot 401}}$$

(Μονάδες 15)

Β) Αν $\alpha, \beta > 0$ τότε να δείξετε ότι $\frac{5\alpha - 4\sqrt{\alpha\beta}}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}} \geq \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}$

(Μονάδες 15)

Γ) Αν α, β, γ τα μήκη πλευρών ορθογώνιου τριγώνου όπου $\alpha > \beta > \gamma$ να δείξετε ότι παράσταση

$$A = \sqrt{\alpha^2 - \sqrt{\beta^2(\beta^2 + 2\gamma^2)} + \gamma^4} \sqrt{\alpha^2 + \sqrt{\beta^2(\beta^2 + 2\gamma^2)} + \gamma^4}$$

είναι ανεξάρτητη των α, β, γ .