1.4. ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗ – ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ

Ευκλείδεια διαίρεση

ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΣ

ΠΗΛΙΚΟ

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ

ΥΠΟΛΟΙΠΟ

- Για να είναι η διαίρεση **Ευκλείδεια** πρέπει να ισχύει: $\upsilon < \delta$

- Αν $\upsilon = 0$ η διαίρεση λέγεται **τέλεια** και ισχύει: $\Delta = \delta \cdot \pi$

- Αν $\upsilon > 0$ η διαίρεση λέγεται **ατελής** και ισχύει: $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$

- **Ειδικές περιπτώσεις διαίρεσης**

Ο διαιρέτης δ μιας διαίρεσης δεν μπορεί να είναι μηδέν (0).	$\delta \neq 0$
Κάθε αριθμός όταν διαιρεθεί με τον εαυτό του δίνει πηλίκο 1	$\alpha : \alpha = 1$
Κάθε αριθμός όταν διαιρεθεί με τη μονάδα δίνει πηλίκο τον εαυτό του	$\alpha : 1 = \alpha$
Η διαίρεση του μηδενός με οποιοδήποτε αριθμό δίνει πηλίκο μηδέν	$0 : \alpha = 0$

Παράδειγμα 1 :

Να κάνετε τη διαίρεση $95:4$ και στη συνέχεια να κάνετε τη δοκιμή (επαλήθευση).

Λύση

Στη διαίρεση $95:4$, ο διαιρετέος είναι ο αριθμός $\Delta = 95$ και ο διαιρέτης είναι ο $\delta = 4$. Εκτελούμε την διαίρεση:

95	4
-8	23
15	
-12	
3	

Το πηλίκο της διαίρεσης είναι $\pi = 23$ και το υπόλοιπο είναι $\upsilon = 3$.
Παρατηρούμε ότι για το υπόλοιπο ισχύει η σχέση $\upsilon < \delta$, αφού $3 < 4$
Τέλος κάνουμε και τη δοκιμή της διαίρεσης.

Πολλαπλασιάζουμε το πηλίκο π με τον διαιρέτη δ και στο γινόμενο προσθέτουμε το υπόλοιπο υ. Το αποτέλεσμα πρέπει να είναι ίσο με τον διαιρετέο Δ.

Έχουμε: $\delta \cdot \pi + \upsilon = 4 \cdot 23 + 3 = 92 + 3 = 95 = \Delta$.

Επομένως η ισότητα $92 = 4 \cdot 23 + 3$ εκφράζει μια Ευκλείδεια διαίρεση.

Παράδειγμα 2:

Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια διαίρεση:

α) $19 = 5 \cdot 3 + 4$ **β)** $26 = 4 \cdot 5 + 6$

Λύση

α) Στην ισότητα $19 = 5 \cdot 3 + 4$, ο αριθμός 4 είναι μικρότερος από το 5. (υ<δ). Έτσι η ισότητα αυτή εκφράζει την Ευκλείδεια διαίρεση με $\Delta = 19, \delta = 5, \pi = 3$ και $\upsilon = 4$.

Η ισότητα $19 = 5 \cdot 3 + 4$ δεν είναι Ευκλείδεια διαίρεση γιατί το υπόλοιπο 4 είναι μεγαλύτερο από το 3.

Συμπέρασμα:

Η ισότητα $19 = 5 \cdot 3 + 4$ **είναι Ευκλείδεια Διαίρεση με διαιρέτη το 5 και όχι με το 3.**

β) Στην ισότητα $26 = 4 \cdot 5 + 6$, ο αριθμός 6 είναι μεγαλύτερος από το 4 και από το 5. Άρα η ισότητα αυτή **δεν** εκφράζει Ευκλείδεια διαίρεση.

Παράδειγμα 3:

Να βρείτε έναν αριθμό ο οποίος όταν διαιρεθεί με το 6, δίνει πηλίκο 7 και υπόλοιπο 3.

Λύση

Ψάχνουμε τον διαιρετέο Δ, ο οποίος όταν διαιρεθεί με τον διαιρέτη $\delta = 6$, δίνει πηλίκο $\pi = 7$ και υπόλοιπο $\upsilon = 3$. Σύμφωνα με την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης έχουμε: $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ ή $\Delta = 6 \cdot 7 + 3 = 42 + 3 = 45$

Άρα Δ=45.