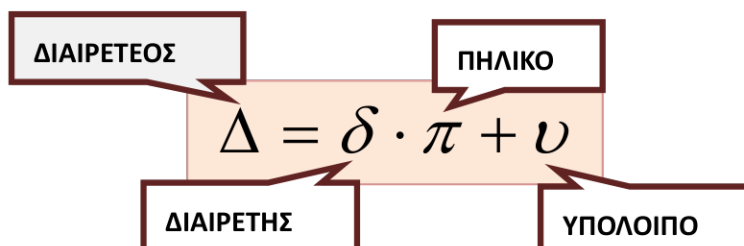


1.4. ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗ - ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ

Ευκλείδεια διαίρεση



- Για να είναι η διαίρεση **Ευκλείδεια** πρέπει να ισχύει: $\upsilon < \delta$
- Αν $\upsilon = 0$ η διαίρεση λέγεται **τέλεια** και ισχύει: $\Delta = \delta \cdot \pi$
- Αν $\upsilon > 0$ η διαίρεση λέγεται **ατελής** και ισχύει: $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$
- **Ειδικές περιπτώσεις διαίρεσης**

Ο διαιρέτης δ μιας διαίρεσης δεν μπορεί να είναι μηδέν (0).

$$\delta \neq 0$$

Κάθε αριθμός όταν διαιρεθεί με τον εαυτό του δίνει πηλίκο 1

$$\alpha : \alpha = 1$$

Κάθε αριθμός όταν διαιρεθεί με τη μονάδα δίνει πηλίκο τον εαυτό του

$$\alpha : 1 = \alpha$$

Η διαίρεση του μηδενός με οποιοδήποτε αριθμό δίνει πηλίκο μηδέν

$$0 : \alpha = 0$$

Παράδειγμα 1:

Να κάνετε τη διαίρεση $95 : 4$ και στη συνέχεια να κάνετε τη δοκιμή (επαλήθευση).

Λύση

Στη διαίρεση $95 : 4$, ο διαιρέτος είναι ο αριθμός $\Delta = 95$ και ο διαιρέτης είναι ο $\delta = 4$. Εκτελούμε την διαίρεση:

$$\begin{array}{r|l} 95 & 4 \\ -8 & 23 \\ \hline 15 & \\ -12 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Το πηλίκο της διαίρεσης είναι $\pi = 23$ και το υπόλοιπο είναι $\upsilon = 3$. Παρατηρούμε ότι για το υπόλοιπο ισχύει η σχέση $\upsilon < \delta$, αφού $3 < 4$. Τέλος κάνουμε και τη δοκιμή της διαίρεσης.

Πολλαπλασιάζουμε το πηλίκο π με τον διαιρέτη δ και στο γινόμενο προσθέτουμε το υπόλοιπο ν . Το αποτέλεσμα πρέπει να είναι ίσο με τον διαιρετέο Δ .

Έχουμε: $\delta \cdot \pi + \nu = 4 \cdot 23 + 3 = 92 + 3 = 95 = \Delta$.

Επομένως η ισότητα $92 = 4 \cdot 23 + 3$ εκφράζει μια Ευκλείδεια διαίρεση.

Παράδειγμα 2:

Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια διαίρεση:

α) $19 = 5 \cdot 3 + 4$

β) $26 = 4 \cdot 5 + 6$

Λύση

α) Στην ισότητα $19 = 5 \cdot 3 + 4$, ο αριθμός 4 είναι μικρότερος από το 5. (υ<δ). Έτσι η ισότητα αυτή εκφράζει την Ευκλείδεια διαίρεση με $\Delta = 19, \delta = 5, \pi = 3$ και $\nu = 4$.

Η ισότητα $19 = 5 \cdot 3 + 4$ δεν είναι Ευκλείδεια διαίρεση γιατί το υπόλοιπο 4 είναι μεγαλύτερο από το 3.

Συμπέρασμα:

Η ισότητα $19 = 5 \cdot 3 + 4$ είναι Ευκλείδεια Διαίρεση με διαιρέτη το 5 και όχι με το 3.

β) Στην ισότητα $26 = 4 \cdot 5 + 6$, ο αριθμός 6 είναι μεγαλύτερος από το 4 και από το 5. Άρα η ισότητα αυτή δεν εκφράζει Ευκλείδεια διαίρεση.

Παράδειγμα 3:

Να βρείτε έναν αριθμό ο οποίος όταν διαιρεθεί με το 6, δίνει πηλίκο 7 και υπόλοιπο 3.

Λύση

Ψάχνουμε τον διαιρετέο Δ , ο οποίος όταν διαιρεθεί με τον διαιρέτη $\delta = 6$, δίνει πηλίκο $\pi = 7$ και υπόλοιπο $\nu = 3$. Σύμφωνα με την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης έχουμε: $\Delta = \delta \cdot \pi + \nu$ ή $\Delta = 6 \cdot 7 + 3 = 42 + 3 = 45$

Άρα $\Delta = 45$.